

28 जुलाई 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 2

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. एक रेडियोसक्रिय प्रतिदर्श की सांद्रता, अनुमत स्तर का 64 गुना है। यदि नमूने में रेडियोसक्रिय पदार्थ की अर्ध - आयु 2 घंटे 30 मिनट है, तब कितने समय केबाद नमूना मानव संपर्ककेलिए सुरक्षित है?

- A) 15 घंटे
- B) 9 घंटे
- C) 6 घंटे
- D) 7.5 घंटे

उत्तर: 15 घंटे

हल:

समय t केबाद एक रेडियोसक्रिय नमूने की सक्रियता, निम्न द्वारा दी जाती है। $A = A_0 2^{-\frac{t}{t_1}}$
इसलिए,
 $t = t_1 \log_2 \left(\frac{A_0}{A} \right)$
 $\Rightarrow t = 2.5 \log_2 (64)$
 $\Rightarrow t = 2.5 \times 6 = 15$ घंटे

प्रश्न.2. एक तरंग का समीकरण $y = 0.5 \sin \left(\frac{2\pi}{3} (400t - x) \right)$ केरूप में है, जहाँ x मीटर में और t सेकंड में है। तरंग की चाल किसकेबराबर है?

- A) 100 m s^{-1}
- B) $100\pi \text{ m s}^{-1}$
- C) 400 m s^{-1}
- D) 200 m s^{-1}

उत्तर: 400 m s^{-1}

हल:

तरंग केसमीकरण से, $\omega = \frac{800\pi}{3}$ और $k = \frac{2\pi}{3}$
इसलिए, तरंग की चाल, $v = \frac{\omega}{k} = 400 \text{ m s}^{-1}$

प्रश्न.3. आपेक्षिक परावैद्युतांक 1 और आपेक्षिक चुंबकशीलता 4 केएक माध्यम में, प्रकाश की चाल है:

- A) $0.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- B) $1.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- C) $2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- D) $1 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

उत्तर: $1.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$



हल: किसी माध्यम का अपवर्तनांक, $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ द्वारा दिया जाता है। इसलिए,

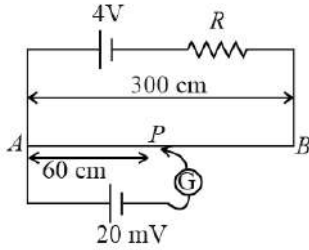
$$n = \sqrt{1 \times 4} = 2$$

माध्यम में प्रकाश की चाल होगी,

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{2}$$

$$= 1.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.4. एक विभवमापी व्यवस्था में दिखाया गया बिंदु P शून्य विक्षेप का बिंदु है। यदि तार AB में 20Ω का प्रतिरोध है, तब प्रतिरोध R का मान है,



- A) 380Ω
- B) 480Ω
- C) 680Ω
- D) 780Ω

उत्तर: 780Ω

हल: शून्य विक्षेप पर, 20 mV बैटरी और $V_{AP} = 20 \text{ mV}$ के माध्यम से कोई धारा नहीं होगी,

$$\text{इसलिए, } \left(-\frac{\Delta V}{\Delta l} \right) = \frac{(20 \times 10^{-3})}{60} = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \text{ V cm}^{-1}$$

$$\text{इस प्रकार, } V_{AB} = \left(-\frac{\Delta V}{\Delta l} \right) \times 300 = 0.1 \text{ V}$$

अब,

$$V_{AB} = \frac{R_{AB}E}{R_{AB}+R}$$

$$\Rightarrow 0.1 = \frac{20 \times 4}{20+R}$$

$$\Rightarrow R = 780 \Omega$$

प्रश्न.5. तार की मूल लंबाई के दोगुनी लंबाई तक लंबाई को बढ़ाने के लिए आवश्यक बल है (दिया गया है कि तार का अनुप्रस्थ काट 1 cm^2 है और यंग मापांक $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ है)

- A) $2 \times 10^7 \text{ N}$
- B) $1.5 \times 10^7 \text{ N}$
- C) $1 \times 10^7 \text{ N}$
- D) $2.5 \times 10^7 \text{ N}$

उत्तर: $2 \times 10^7 \text{ N}$

हल: तार की अंतिम लंबाई, मूल लंबाई की दोगुनी होती है। इस प्रकार,

$$\Delta L = L$$

$$\text{हुक के नियम से, } Y = \frac{FL}{A\Delta L}$$

$$\Rightarrow F = \frac{YA\Delta L}{L} = \frac{L}{L} \times YA = YA$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 10^{11} \times 10^{-4} = 2 \times 10^7 \text{ N}$$

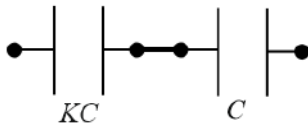


प्रश्न.6. प्रत्येक $40 \mu\text{F}$ के दो समरूप संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हुए हैं। अब परावैद्युत स्थिरांक K के एक परावैद्युत गुटकेको उनमें से एक में इस प्रकार डाला जाता है कि नई तुल्य धारिता $24 \mu\text{F}$ हो जाती है। K का मान है:

- A) 2
- B) 1
- C) 1.5
- D) 3

उत्तर: 1.5

हल:



जब एक संधारित्र की प्लेटों के बीच एक परावैद्युत डाला जाता है, तो इसकी धारिता K गुना हो जाती है। इसलिए, श्रेणी क्रम संयोजन में तुल्य धारिता होगी,
 $C_{\text{तुल्य}} = \frac{KC \times C}{KC + C} \Rightarrow \frac{K40}{1+K} = 24$
 $\Rightarrow K = 1.5$

प्रश्न.7. एक सेब एक पेड़ से 19.6 m की ऊंचाई से गिरता है और पेड़ से s दूरी पर खड़ा एक आदमी, सेब को पकड़ने के लिए 2.5 m s^{-1} की चाल से दौड़ना शुरू करता है। सेब को पकड़ने के लिए, दूरी s ($g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$) होनी चाहिए।

- A) 5 m
- B) 10 m
- C) 15 m
- D) 20 m

उत्तर: 5 m

हल: जमीन तक पहुंचने के लिए सेब द्वारा लिया गया समय

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ s}$$

$$\text{इसलिए, } s = vt = 2.5 \times 2$$

$$= 5 \text{ m}$$

प्रश्न.8. $\frac{B_0^2}{2\mu}$ का विमीय सूत्र है: (B_0 चुंबकीय क्षेत्र आयाम है और μ पारगम्यता है)

- A) $[\text{M}^1\text{L}^2\text{T}^{-2}]$
- B) $[\text{M}^1\text{L}^{-1}\text{T}^{-2}]$
- C) $[\text{M}^1\text{L}^3\text{T}^{-1}]$
- D) $[\text{M}^1\text{L}^2\text{T}^{-1}]$

उत्तर: $[\text{M}^1\text{L}^{-1}\text{T}^{-2}]$



हल: ऊर्जा घनत्व, $\frac{dU}{dV}$ का सूत्र $\frac{B_0^2}{2\mu}$ है

इसलिए,

$$\frac{dU}{dV} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[L^3]} = [ML^{-1}T^{-2}]$$

प्रश्न.9. कानों चक्र की दक्षता 50% होती है। अब दक्षता में 30% की वृद्धि होती है, जब सिंक का तापमान $40^\circ C$ से कम हो जाता है। स्रोत का तापमान है:

- A) 266.7 K
- B) 300 K
- C) 366.7 K
- D) 255 K

उत्तर: 266.7 K

हल: मान लीजिए कि स्रोत का तापमान T_0 है और सिंक का तापमान T है।

$$\Rightarrow 1 - \frac{T}{T_0} = 0.5 = \frac{1}{2} \quad \dots (1) \text{ और दूसरी स्थिति के लिए,}$$

$$1 - \frac{T-40}{T_0} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} \quad \dots (2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{40}{T_0} = \frac{13}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{40}{T_0} = \frac{3}{20}$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{800}{3} \approx 266.7 \text{ K}$$

प्रश्न.10. यंग द्वि झिरी प्रयोग में तरंगदैर्घ्य 560 nm के साथ, फ्रिंज चौड़ाई 72 mm है। अब यदि तरंगदैर्घ्य को इस प्रकार से परिवर्तित किया जाता है कि फ्रिंज चौड़ाई 81 mm है, तो नई तरंगदैर्घ्य बराबर है:

- A) 490 nm
- B) 630 nm
- C) 800 nm
- D) 700 nm

उत्तर: 630 nm

हल: जैसा कि हम जानते हैं, फ्रिंज चौड़ाई निम्न द्वारा दी जाती है,

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

स्पष्ट रूप से, $\beta \propto \lambda$

$$\text{इसलिए, } \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \frac{72}{81} = \frac{560}{\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = 630 \text{ nm}$$

प्रश्न.11. पृथ्वी की त्रिज्या 2% तक कम हो जाती है। अब नया गुरुत्वीय त्वरण है,

- A) 4% की वृद्धि
- B) 4% की कमी
- C) 2% की वृद्धि
- D) 2% की कमी

उत्तर: 4% की वृद्धि



हल: पृथ्वी के केंद्र से दूरी r पर गुरुत्वीय त्वरण निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$g = \frac{GM_e}{r^2}$$

$$\text{इसलिए, } \left(\frac{dg}{g}\right) \times 100 = -2 \left(\frac{dr}{r}\right) \times 100$$

$$\text{दिया गया है: } \frac{dr}{r} \times 100 = -2\%$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dg}{g}\right) \times 100 = -2 \times (-2)\% = 4\%$$

इसलिए, g , 4% से बढ़ जाएगा।

प्रश्न.12. मॉड्यूलन सूचकांक का मान इस प्रकार है कि मॉड्यूलित सिग्नल विकृत नहीं होता है, है:

A) $\mu \leq 1$

B) $\mu > 1$

C) $\mu = 0$

D) $\mu = 2$

उत्तर: $\mu \leq 1$

हल: एक आयाम मॉड्यूलित सिग्नल के मॉड्यूलन सूचकांक को एक गैर - मॉड्यूलित वाहक के सापेक्ष आयाम में परिवर्तन की माप या सीमा के रूप में परिभाषित किया गया है।

अवितरित संकेत के लिए, $A_m \leq A_c$

$$\text{इसलिए, } \frac{A_m}{A_c} \leq 1$$

$$\mu \leq 1$$

प्रश्न.13. एक दीवार की ओर, सीटी की आवृत्ति 320 Hz के साथ ट्रेन 30 km h⁻¹ की चाल के साथ गति करती है। चालक द्वारा सुनी गई प्रतिध्वनि की आवृत्ति बराबर है: (ध्वनि की चाल = 330 m s⁻¹)

A) 336

B) 350

C) 300

D) 280

उत्तर: 336

हल: दीवार द्वारा अनुभव की जाने वाली आवृत्ति है, $f' = \frac{v}{v-v_t} \times f_0$

अब चालक द्वारा सुनी गई प्रतिध्वनि की आवृत्ति होगी,

$$f = \frac{v+v_t}{v} \times f'$$

$$= \frac{v+v_t}{v-v_t} \times f_0$$

$$= \left(\frac{330 + \frac{25}{3}}{330 - \frac{25}{3}}\right) \times 320$$

$$\approx 336 \text{ Hz}$$

प्रश्न.14. S1: आदर्श गैस का कुल संवेग तापमान पर निर्भर करता है।

S2: यदि ऑक्सीजन की प्रारंभिक v_{rms} , v है। अब तापमान को दोगुना कर दिया जाता है और ऑक्सीजन अणु दो परमाणुओं में वियोजित हो जाता है, इसलिए नया v_{rms} , $2v$ है।

A) S1 → सत्य है, S2 → सत्य है

B) S1 → असत्य, S2 → असत्य

C) S1 → सत्य है, S2 → असत्य है

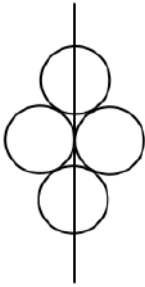


D) $S1 \rightarrow$ असत्य, $S2 \rightarrow$ सत्य है।

उत्तर: $S1 \rightarrow$ असत्य, $S2 \rightarrow$ सत्य है।

हल: एक आदर्श गैस निकाय का कुल संवेग 0 होता है।
इसलिए, कथन 1 असत्य है,
कथन 2 के लिए, $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ उपयोग करने पर,
तापमान दोगुना हो जाता है, और मोलर द्रव्यमान आधा हो जाता है, इसलिए, v_{rms} चाल दोगुनी हो जाती है।

प्रश्न.15. प्रत्येक डिस्क का द्रव्यमान m और व्यास a है। यदि दिए गए अक्ष के परितः निकाय का जड़त्व आघूर्ण $\left(\frac{x}{4}ma^2\right)$ है। x का मान ज्ञात कीजिए:



A) 3

B) 7

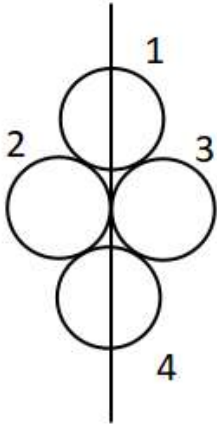
C) 5

D) 4

उत्तर: 3



हल:



द्रव्यमान केंद्र से गुजरने वाली और डिस्क के तल के लंबवत अक्ष के परितः डिस्क का जड़त्व आघूर्ण निम्न द्वारा दिया गया है,

$$\frac{mr^2}{2} = \frac{ma^2}{8}$$

और इसके व्युत्पन्न के अनुदिश गुजरने वाली अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$\frac{mr^2}{4} = \frac{ma^2}{16}$$

$$\text{इस प्रकार, } I_1 = I_4 = \frac{ma^2}{16}$$

अब समांतर अक्षों की प्रमेय का उपयोग करने पर,

$$I_2 = I_3 = \left(\frac{ma^2}{16}\right) + \left(\frac{ma^2}{4}\right) = \frac{5ma^2}{16}$$

इस प्रकार,

$$I_{\text{कुल}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$= \frac{ma^2}{16} + \frac{5ma^2}{16} + \frac{5ma^2}{16} + \frac{ma^2}{16}$$

$$= \frac{3ma^2}{4}$$

प्रश्न.16. प्रतिरोध R के एक तार को खींचा जाता है ताकि अंतिम लंबाई मूल लंबाई से दोगुनी हो जाए, अंतिम प्रतिरोध क्या है?

- A) $4R$
- B) $2R$
- C) R
- D) $\frac{R}{2}$

उत्तर: $4R$

हल: तार की लंबाई दोगुनी कर दी जाती है, अर्थात्, $L' = 2L$

आयतन को बराबर करने पर, हमें प्राप्त होता है, $SL = (2L)S'$, अर्थात्, $S' = \frac{S}{2}$

$$\text{अब, } R = \rho \frac{L}{S}$$

अतः, नया प्रतिरोध होगा,

$$R' = \rho \left[\frac{L'}{S'} \right]$$

$$= \rho \left(\frac{2L}{\frac{S}{2}} \right)$$

$$= 4\rho \left(\frac{L}{S} \right)$$

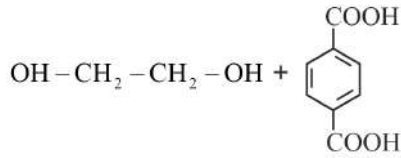
$$= 4R$$



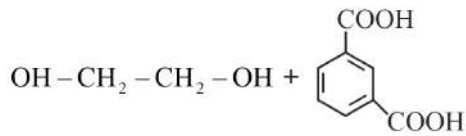
सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प टेरिलीन के एकलक को निरूपित करता है?

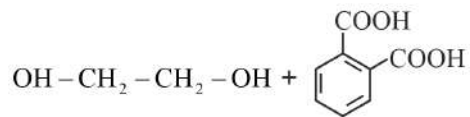
A)



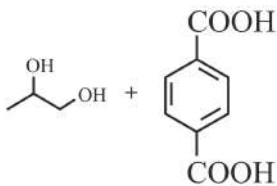
B)



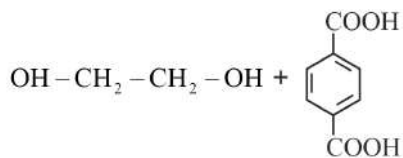
C)



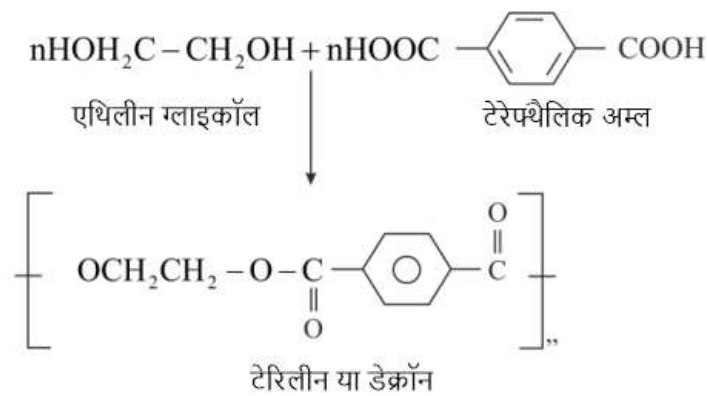
D)



उत्तर:



हल:



प्रश्न.2. निम्नलिखित में से अनुचुंबकीय स्पीशीज की संख्या की पहचान कीजिए:



A) 2



B) 3

C) 4

D) 6

उत्तर: 4

हल: स्पीशीज, जिनमें अयुग्मित इलेक्ट्रॉन होते हैं, वे अनुचुंबकीय होते हैं।

Li_2 अणु का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $(\sigma 1s)^2(\sigma^* 1s)^2(\sigma 2s)^2$ है।

B_2 अणु का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $(\sigma 1s)^2(\sigma^* 1s)^2(\sigma 2s)^2(\sigma^* 2s)^2(\pi 2p_x)^1 = (\pi 2p_y)^1$ है।

दो π आबंधी आण्विक कक्षकों में अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की उपस्थिति, इसकी अनुचुंबकीय प्रकृति की व्याख्या करती है।

C_2 का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास निम्न है: $\text{KK } \sigma 2s^2 \sigma^* 2s^2 \pi 2p_x^2 \pi 2p_y^2$

O_2 : $\text{KK } (\sigma 2s)^2 (\sigma 2s)^2 (\sigma 2p_z)^2 (\pi 2p_x)^2 = (\pi 2p_y)^2 (\pi^* 2p_x)^1 = (\pi^* 2p_y)^1$

इसलिए, O_2 अणु अनुचुंबकीय है।

C_2^- का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास निम्न है-

$(\sigma 1s)^2 (\sigma^* 1s)^2 (\sigma 2s)^2 (\sigma^* 2s)^2 (\pi 2p_x)^2 = (\pi 2p_y)^2 \sigma 2p_z^1$

अतः, यह अनुचुंबकीय पदार्थ है।

O_2^- : $\text{KK } (\sigma 2s)^2 (\sigma 2s)^2 (\sigma 2p_z)^2 (\pi 2p_x)^2 = (\pi 2p_y)^2 (\pi^* 2p_x)^2 = (\pi^* 2p_y)^2$

O_2^+ : $\text{KK } (\sigma 2s)^2 (\sigma 2s)^2 (\sigma 2p_z)^2 (\pi 2p_x)^2 = (\pi 2p_y)^2 (\pi^* 2p_x)^1 = (\pi^* 2p_y)$

इसलिए, उपरोक्त स्पीशीज अनुचुंबकीय है।

प्रश्न.3. MnO_4^{2-} अम्लीय माध्यम में असमानुपातित होकर मैंगनीज A और B के दो यौगिकों का निर्माण करता है। Mn की ऑक्सीकरण अवस्था, A की तुलना में B में कम है। B का चक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण (B.M. में) है: (निकटतम पूर्णांक तक सन्निकटित कीजिए)

A) 3

B) 5

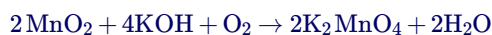
C) 6

D) 4

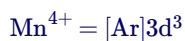
उत्तर: 4



हल: पोटेशियम परमैंगनेट को एक क्षार धातु हाइड्रॉक्साइड और KNO_3 जैसे ऑक्सीकारक के साथ MnO_2 के संलयन द्वारा तैयार किया जाता है। यह गहरे हरे रंग के K_2MnO_4 का उत्पादन करता है, जो उदासीन या अम्लीय विलयन में असमानुपातित होकर परमैंगनेट देता है।



MnO_2 में Mn की ऑक्सीकरण अवस्था Mn^{4+} है।



जहाँ, $n = 3$

$$\mu_s = \sqrt{n(n+2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3(3+2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3(5)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow 3.87 \approx 4 \text{ B.M.}$$

इसलिए, Mn^{4+} आयन का चक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण लगभग 4 B.M. है।

प्रश्न.4. निम्नलिखित में से किस धातु में अम्ल से H_2 को मुक्त करने की प्रवृत्ति न्यूनतम होती है?

- A) Cu
- B) Zn
- C) Mn
- D) Ni

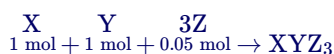
उत्तर: Cu

हल:

तत्व (M)	E^\ominus/V
Mn	-1.18
Ni	-0.25
Cu	0.34
Zn	-0.76

कॉपर, तुनु सल्फ्यूरिक अम्ल के साथ अभिक्रिया नहीं करता है, और हाइड्रोजन को मुक्त करता है क्योंकि विद्युत रासायनिक श्रेणी में कॉपर, हाइड्रोजन की तुलना में नीचे स्थित होता है।

प्रश्न.5. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए:

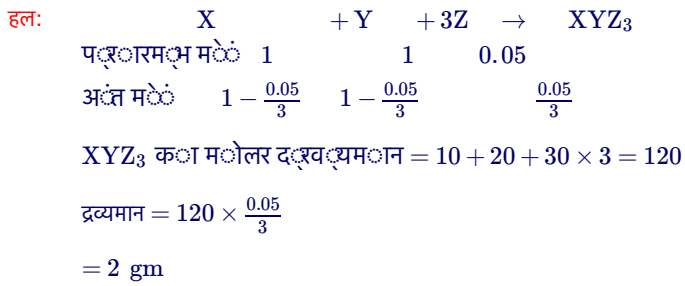


अभिक्रिया के अंत में निर्मित XYZ_3 के द्रव्यमान की गणना (g में) कीजिए।

[दिया गया है: X, Y और Z के मोलर द्रव्यमान क्रमशः 10, 20, 30 g/mol हैं।]

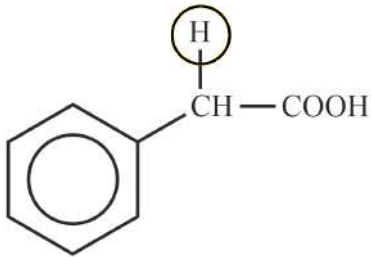
- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

उत्तर: 2

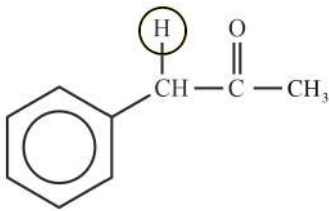


प्रश्न.6. निम्नलिखित में से किस इंगित H-परमाणु का pK_a मान सबसे कम है?

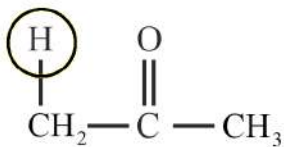
A)



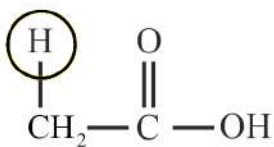
B)



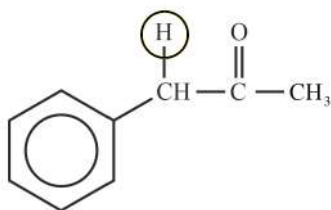
C)



D)

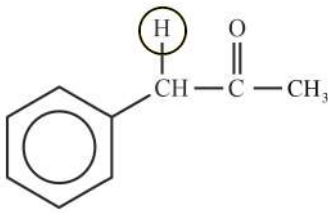


उत्तर:





हल: pKa का मान जितना कम होता है, अम्ल उतना ही अधिक प्रबल होता है। यौगिक की अम्लीय प्रकृति संयुग्मी क्षार के स्थायित्व पर निर्भर करती है।



उपरोक्त यौगिक द्वारा निर्मित संयुग्मी क्षारक का स्थायित्व, दिए गए अन्य तीन यौगिकों की तुलना में अधिक स्थायी होता है।

प्रश्न.7. ऐस्कॉर्बिक अम्ल के 10.2 g को 150 g CH₃COOH के $x \times 10^{-1}$ K में विलीन किया जाता है। परिणामी विलयन के हिमांक में अवनमन $k_f = 3.9 \text{ K kg mol}^{-1}$ है।

[दिया गया है; ऐसीटिक अम्ल का $k_f = 3.9 \text{ K kg mol}^{-1}$ और ऐस्कॉर्बिक अम्ल का मोलर द्रव्यमान = 176 g mol^{-1}]

[मान लीजिए कि ऐस्कॉर्बिक अम्ल और ऐसीटिक अम्ल का अवियोजित रहते हैं]

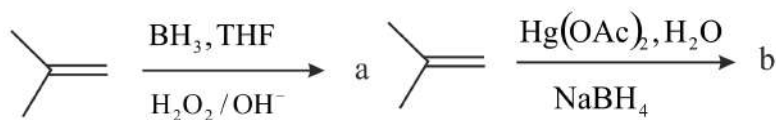
(निकटतम पूर्णांक तक सन्निकटित कीजिए)

- A) 10
- B) 15
- C) 39
- D) 10.2

उत्तर: 15

हल: $|\Delta T_f| = k_f \cdot m$
 $= 3.9 \times \frac{10.2}{176} \times \frac{1000}{150}$
 $= \frac{39 \times 10.2}{176 \times 15}$
 $= 1.5 = 15 \times 10^{-1}$

प्रश्न.8. निम्नलिखित में से कौनसा (i) मार्कोनिकॉफ उत्पाद देगा (ii) प्रति-मार्कोनिकॉफ उत्पाद देगा:



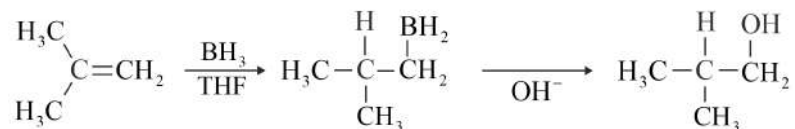
- A) a-मार्कोनिकॉफ; b-मार्कोनिकॉफ
- B) a-मार्कोनिकॉफ; b-प्रति मार्कोनिकॉफ
- C) a-प्रति मार्कोनिकॉफ; b-प्रति मार्कोनिकॉफ
- D) a-प्रति मार्कोनिकॉफ; b-मार्कोनिकॉफ

उत्तर: a-प्रति मार्कोनिकॉफ; b-मार्कोनिकॉफ

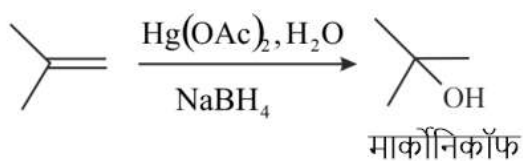


हल:

हाइड्रोबोरोनन ऑक्सीकरण अभिक्रिया क्रियाविधि को प्रति-मार्कोनिकॉफ अभिक्रिया के रूप में माना जा सकता है, जहां हाइड्रॉक्सिल समूह स्वयं को उस कार्बन से जोड़ता है, जो कम प्रतिस्थापित होता है।



ऐल्कीन जलयोजन ऑक्सीमर्करीकरण-विमर्करीकरण अभिक्रिया पथ का उपयोग करके तार्किक रूप से, कार्बनयान पुनर्विन्यास के बिना मार्कोनिकॉफ उत्पाद का उत्पादन करता है, जैसा कि नीचे दिए गए उदाहरण में दर्शाया गया है।



प्रश्न.9.

	सूची 1		सूची 2
(A)	$\text{Cd}(\text{s}) + 2\text{NiO}(\text{OH})(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{Cd}(\text{OH})_2(\text{s}) + 2\text{Ni}(\text{OH})_2(\text{s})$	(P)	ईंधन सेल
(B)	$\text{Zn}(\text{Hg}) + 2\text{OH}^- \rightarrow \text{ZnO}(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^-$	(Q)	प्राथमिक बैटरी
(C)	$\text{PbSO}_4 + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}(\text{s}) + \text{SO}_4^{2-}$	(R)	द्वितीयक बैटरी का निरावेशन
(D)	$2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	(S)	द्वितीयक बैटरी को आवेशित (चार्ज) करना

A) A-Q, B-R, C-P, D-S

B) A-Q, B-P, C-R, D-S

C) A-R, B-Q, C-S, D-P

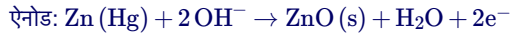
D) A-P, B-Q, C-R, D-S

उत्तर: A-R, B-Q, C-S, D-P



हल:

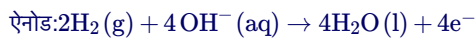
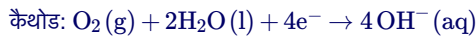
मर्करी सेल श्रवण यंत्र, घड़ी आदि जैसे निम्न धारा उपकरण के लिए उपयुक्त होता है, इसमें ऐनोड के रूप में जिंक-मर्करी (पारा) अमलगम और कैथोड के रूप में HgO और कार्बन का पेस्ट होता है। विद्युत अपघट्य, KOH और ZnO का पेस्ट है। सेल के लिए इलेक्ट्रोड अभिक्रियाएँ नीचे दी गई हैं:



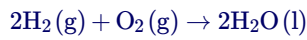
एक अन्य महत्वपूर्ण द्वितीयक सेल निकेल-कैडमियम सेल है, जिसकी कार्य अवधि सीसा (लेड) संचायक बैटरी से अधिक है किंतु इसकी निर्माण लागत अधिक है। निरावेशन (डिस्चार्ज) के दौरान समग्र अभिक्रिया निम्न है:



H₂ और O₂ का उपयोग करके ईंधन सेल विद्युत का उत्पादन करता है।

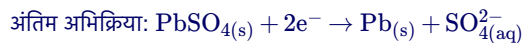


समग्र अभिक्रिया निम्न है:



(ii) पुनः आवेशन (पुनर्भरण) के दौरान सीसा संचायक बैटरी की सेल अभिक्रिया:

निरावेशन के दौरान ऐनोड पर ऑक्सीकरण का उत्क्रम, पुनः आवेशन के दौरान कैथोड पर अपचयन अभिक्रिया है।



प्रश्न.10. इलेक्ट्रॉन लब्धि एन्थैल्पी के परिमाण के लिए सही घटता हुआ क्रम है:

- A) S > Se > Te > O
- B) Te > Se > S > O
- C) O > S > Se > Te
- D) S > O > Se > Te

उत्तर: S > Se > Te > O

हल: इलेक्ट्रॉन लब्धि एन्थैल्पी का सही क्रम निम्न है:-



(ऑक्सीजन परमाणु के छोटे आकार के कारण न्यूनतम इलेक्ट्रॉन लब्धि एन्थैल्पी दर्शाता है)

प्रश्न.11. स्तंभ II के साथ स्तंभ I का मिलान कीजिए।

	स्तंभ I		स्तंभ II
(I)	$(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \xrightarrow{\Delta}$	(P)	Cl ₂
(II)	$\text{KMnO}_4 + \text{HCl} \rightarrow$	(Q)	N ₂
(III)	$\text{Al} + \text{NaOH} \rightarrow$	(R)	O ₂
(IV)	$\text{NaN}_3 \xrightarrow{\Delta}$	(S)	H ₂

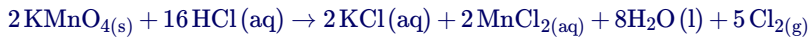
- A) (I)-(p), (II)-(q), (III)-(r), (IV)-(s)
- B) (I)-(q), (II)-(p), (III)-(s), (IV)-(r)
- C) (I)-(p), (II)-(r), (III)-(s), (IV)-(q)



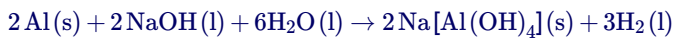
D) (I)-(q), (II)-(r), (III)-(p), (IV)-(s)

उत्तर: (I)-(q), (II)-(p), (III)-(s), (IV)-(r)

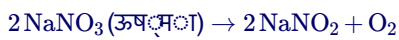
हल: अमोनियम डाइक्रोमेट का तापीय अपघटन: $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ को गर्म करने पर N_2 , Cr_2O_3 और H_2O का निर्माण होता है, जो निम्न प्रकार है:



सोडियम हाइड्रॉक्साइड ($\text{Al} + \text{NaOH}$) के साथ ऐलुमिनियम की अभिक्रिया से एक लवण और हाइड्रोजन गैस प्राप्त होती है।



गर्म करने पर सोडियम नाइट्रेट वियोजन अभिक्रिया से गुजरता है और ऑक्सीजन को मुक्त करता है और सोडियम नाइट्राइट में परिवर्तित हो जाता है।



प्रश्न.12. निम्नलिखित में से कौन सी अभिक्रिया निक्षालन का निरूपित करती है?

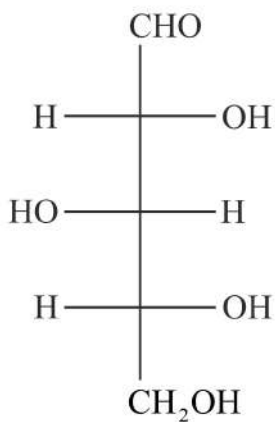
- A) $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{NaOH} \rightarrow$, उत्पाद
- B) $\text{Cu}_2\text{S} + \text{O}_2 \rightarrow$, उत्पाद
- C) $\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{CO} \rightarrow$, उत्पाद
- D) $\text{FeS}_2 + \text{O}_2 \rightarrow$, उत्पाद

उत्तर: $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{NaOH} \rightarrow$, उत्पाद

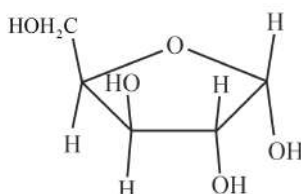
हल: निक्षालन का उपयोग प्रायः तब किया जाता है, जब अयस्क किसी उपयुक्त विलायक में विलेय होता है।

बॉक्साइट से ऐलुमिना का निक्षालन: बॉक्साइट, ऐलुमिनियम का मुख्य अयस्क है। इसमें सामान्यतः SiO_2 , आयरन ऑक्साइड और टाइटेनियम ऑक्साइड (TiO_2) अशुद्धियों के रूप में उपस्थित होते हैं। 473 – 523 K ताप और 35 – 36 बार दाब पर, NaOH के सांद्र विलयन के साथ चूर्णित अयस्क को गर्म करके सांद्रण किया जाता है। इस प्रक्रम को चर्मशोधन कहा जाता है। इस प्रकार, Al_2O_3 को सोडियम ऐलुमिनेट के रूप में निष्कर्षित किया जाता है।

प्रश्न.13. नीचे दिए गए पेन्टोस की चक्रीय संरचना ज्ञात कीजिए:

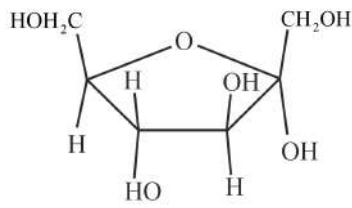


A)

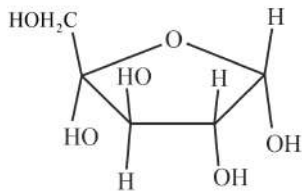




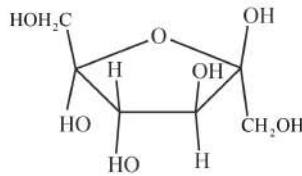
B)



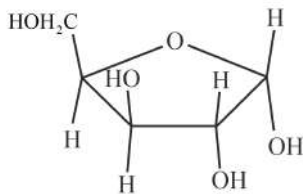
C)



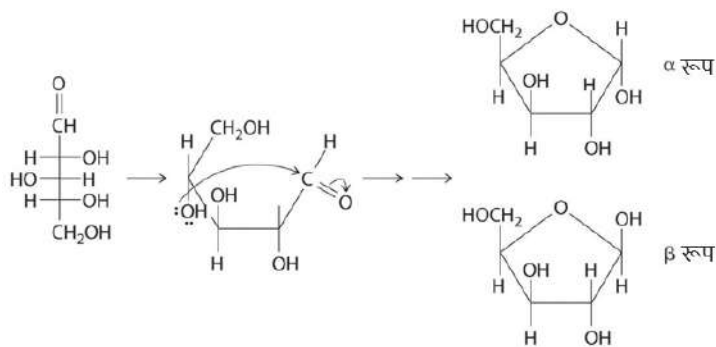
D)



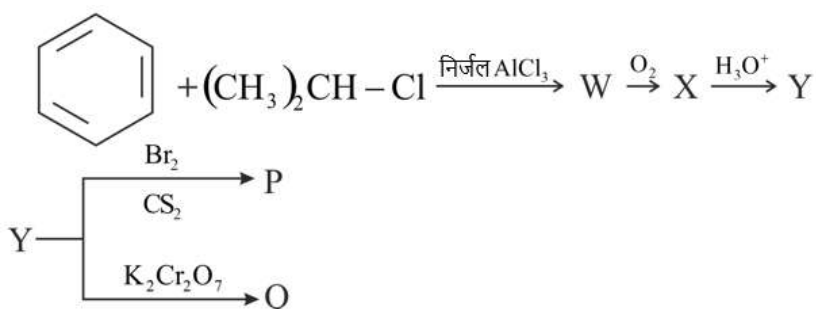
उत्तर:



हल:



प्रश्न.14.



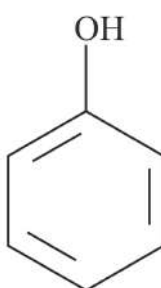
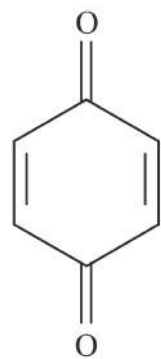
यौगिक P और Q क्रमशः क्या हैं?



A)

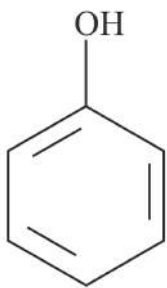


B)

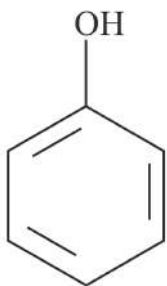
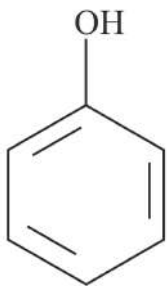




c)

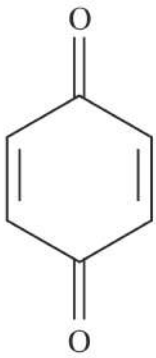


d)

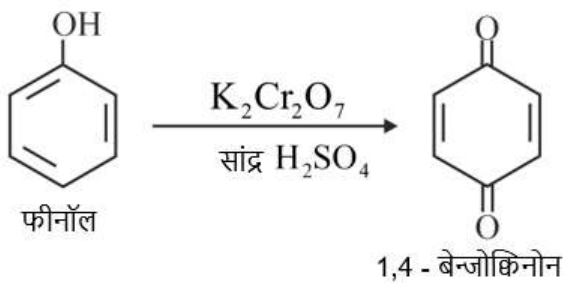
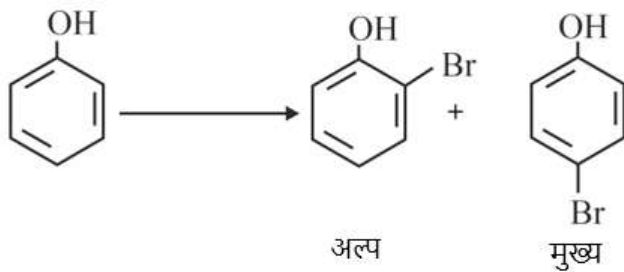
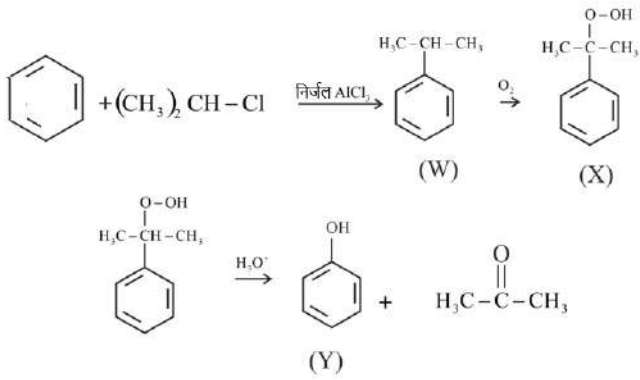




उत्तर:



हल:





प्रश्न.15. बोर के सिद्धांत के संबंध में गलत कथन का चयन कीजिए।

- A) इलेक्ट्रॉन विकिरण उत्सर्जित किए बिना कुछ वृत्ताकार स्थायी कक्षाओं में नाभिक के चारों ओर गति करते हैं।
- B) बोर कक्षा में इलेक्ट्रॉनों का कोणीय संवेग हमेशा नियत रहता है।
- C) तीसरी कक्षा में कोणीय संवेग, पहली कक्षा की कोणीय गति से अधिक होता है।
- D) क्रमागत स्तरों के बीच ऊर्जा का अंतर n के बढ़ने के साथ समान रहता है।

उत्तर: क्रमागत स्तरों के बीच ऊर्जा का अंतर n के बढ़ने के साथ समान रहता है।

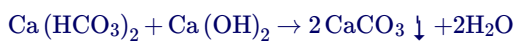
हल: इलेक्ट्रॉन केवल उन कक्षाओं में गति कर सकता है, जिसके लिए इसका कोणीय संवेग $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्ण गुणज होता है। इसका अर्थ है कि कोणीय संवेग क्वांटिकृत होता है। विकिरण केवल तब उत्सर्जित या अवशोषित होती है, जब इलेक्ट्रॉन का संक्रमण कोणीय संवेग के एक क्वांटिकृत मान से दूसरे में होता है। अतः, यहाँ मैक्सवेल का विद्युत चुम्बकीय सिद्धांत लागू नहीं होता है, इसलिए केवल कुछ निश्चित कक्षाओं की अनुमति होती है। n में वृद्धि के साथ क्रमागत स्तरों के बीच ऊर्जा का अंतर कम हो जाता है। अतः, जैसे-जैसे n बढ़ता है, क्रमागत स्तरों के बीच ऊर्जा कम हो जाती है।

प्रश्न.16. निम्नलिखित में से कौन से लवण का निर्माण क्लार्क विधि से होता है?

- A) $\text{Ca}(\text{OH})_2$, $\text{Mg}(\text{OH})_2$
- B) CaCO_3 , $\text{Mg}(\text{OH})_2$
- C) $\text{Ca}(\text{OH})_2$, MgCO_3
- D) CaCO_3 , MgCO_3

उत्तर: CaCO_3 , $\text{Mg}(\text{OH})_2$

हल: क्लार्क विधि: इस विधि में, चूने की परिकलित मात्रा को कठोर जल में मिलाया जाता है। यह कैल्सियम कार्बोनेट और मैग्नीशियम हाइड्रॉक्साइड को अवक्षेपित कर देता है, जिसे निस्संदिग्ध किया जा सकता है।



प्रश्न.17. $K_a = 2 \times 10^{-5}$ के साथ 0.2 M ब्यूटिरिक अम्ल के pH की गणना कीजिए।

[दिया गया है: $\log 2 = 0.3$]

- A) 3.7
- B) 2.7
- C) 4.7
- D) 11.3

उत्तर: 2.7



हल: $HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$

C — —

C — C α C α C α

$K_a = C\alpha^2$

$CK_a = (C\alpha)^2$

$[H^+] = C\alpha = \sqrt{C \cdot K_a}$

$= \sqrt{0.2 \times 2 \times 10^{-5}}$

$= 2 \times 10^{-3}$

$pH = -\log [H^+]$

$pH = -\log 2 \times 10^{-3}$

$= 3 - 0.3$

$= 2.7$

प्रश्न.18. निम्नलिखित में से कौन सा गलत कथन है?

- A) LiF, निम्न जलयोजन एन्थैल्पी के कारण जल में कम विलेय होता है।
- B) KO_2 अनुचुंबकीय है।
- C) सोडियम का घनत्व पोटैशियम की तुलना में अधिक होता है।
- D) H_2O_2 प्रतिचुंबकीय है।

उत्तर: LiF, निम्न जलयोजन एन्थैल्पी के कारण जल में कम विलेय होता है।

हल: Li^+ आयन और F^- आयन के छोटे आकार के कारण, LiF की जालक ऊर्जा बहुत अधिक होती है। LiF सहसंयोजक प्रकृति का होता है। इसलिए, LiF जल में अविलेय है।

KO_2 में K की ऑक्सीकरण अवस्था +1 है। इसमें O_2^- के $\pi^* 2p$ अणु कक्षक में 1 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन उपस्थित होता है। इसलिए, यह अनुचुंबकीय है।

लीथियम का परमाणु भार, सोडियम की तुलना में कम होता है। इसलिए, लीथियम का घनत्व सोडियम की तुलना में कम होता है। लेकिन 'K' और 'Na' की स्थिति में, पोटैशियम में d-कक्षक उपस्थित होता है, जो 'K' के आयतन को बढ़ाता है।

हाइड्रोजन परॉक्साइड प्रतिचुंबकीय पदार्थ है।



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. जब $7^{2022} + 3^{2022}$, 5 से विभाज्य है, तब शेषफल है:

A) 3

उत्तर: 3

$$\begin{aligned} \text{हल: } 7^{2022} + 3^{2022} &= (50 - 1)^{1011} + (10 - 1)^{1011} = {}^{1011}C_0(50)^{1011}(-1)^0 + {}^{1011}C_1(50)^{1010}(-1)^1 + \dots + {}^{1011}C_{1011}(50)^0(-1)^{1011} \\ &+ {}^{1011}C_0(10)^{1011}(-1)^0 + {}^{1011}C_1(10)^{1010}(-1)^1 + \dots + {}^{1011}C_{1011}(10)^0(-1)^{1011} \\ &= 5k - 2 \end{aligned}$$

द्विपद प्रसार का उपयोग करने पर, हमें शेषफल के रूप में $-2 + 5 = 3$ प्राप्त होता है।

प्रश्न.2. x के सभी मानों के लिए $\cos^{-1} x - 2 \sin^{-1} x = \cos^{-1} 2x$ को संतुष्ट करने वाले सभी मानों का योग है:

A) 0

B) 1

C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{2}$

उत्तर: 0

हल: $\cos^{-1} x - 2 \sin^{-1} x = \cos^{-1} 2x$

$$\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x - 2 \sin^{-1} x = \cos^{-1} 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - 3 \sin^{-1} x = \cos^{-1} 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} 2x = 3 \sin^{-1} x$$

$$\sin^{-1} 2x = 3 \sin^{-1} x$$

$$\sin^{-1} 2x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$$

$$2x = 3x - 4x^3$$

$$4x^3 - x = 0$$

$$x = 0, \pm \frac{1}{2}$$

इसलिए, मानों का योग 0 है।

प्रश्न.3. यदि $x dy = (\sqrt{x^2 + y^2} + y) dx$ और $y(1) = 0$ है, तब $y(2)$ बराबर है:

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{5}{2}$

उत्तर: $\frac{3}{2}$



हल: दिया गया है $x dy = (\sqrt{x^2 + y^2} + y) dx$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + y}{x}$$

$y = vx$ और $\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$, प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है

$$v + x \frac{dv}{dx} = \sqrt{1 + v^2} + v$$

$$\Rightarrow \int \frac{dv}{\sqrt{1 + v^2}} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{y}{x} + \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}} \right) = \ln x + C$$

दिया गया है $y(1) = 0$,

इसलिए $C = 0$

$$\text{अतः } y + \sqrt{x^2 + y^2} = x^2$$

$x = 2$, रखने पर हमें प्राप्त होता है

$$y + \sqrt{4 + y^2} = 4 \Rightarrow 4 + y^2 = 16 - 8y + y^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

प्रश्न.4. यदि $a_{n+2} = \frac{2}{a_{n+1}} + a_n$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, और $\left(\frac{a_1 + \frac{1}{a_2}}{a_3}\right) \cdot \left(\frac{a_2 + \frac{1}{a_3}}{a_4}\right) \dots \left(\frac{a_{30} + \frac{1}{a_{31}}}{a_{32}}\right) = 2^\alpha \cdot {}^{61}C_{31}$, तब α है:

- A) -30
- B) -31
- C) -60
- D) -61

उत्तर: -60

हल: दिया गया है $a_{n+2} = \frac{2}{a_{n+1}} + a_n$

अर्थात्, $a_{n+2}a_{n+1} - a_n a_{n+1} = 2$

अर्थात्, $T_r = a_{r+1}a_r$ सार्वत्र 2 के साथ समान्तर श्रेणी में हैं

अब $T_1 = a_1a_2 = 2$, $T_2 = a_2a_3 = 4$, ..., $T_r = 2r$

$$\text{So } \left(\frac{a_1 + \frac{1}{a_2}}{a_3}\right) \cdot \left(\frac{a_2 + \frac{1}{a_3}}{a_4}\right) \dots \left(\frac{a_{30} + \frac{1}{a_{31}}}{a_{32}}\right) = \prod_{i=1}^{30} \left(\frac{a_i + \frac{1}{a_{i+1}}}{a_{i+2}}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{30} \left(\frac{a_i a_{i+1} + 1}{a_{i+1} a_{i+2}}\right) = \prod_{i=1}^{30} \frac{T_{i+1}}{T_{i+1}}$$

$$= \prod_{i=1}^{30} \left(\frac{2r+1}{2r+2}\right) = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 61}{4 \cdot 6 \cdot 8 \dots 62} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots 61 \cdot 62}{2(4 \cdot 6 \cdot 8 \dots 62)^2}$$

$$= \frac{62!}{2(4 \cdot 6 \cdot 8 \dots 62)^2} = \frac{62!}{2^{61} \cdot (31!)^2} = \frac{62(61!)}{2^{61} \cdot 31(31!)(30!)}$$

$$= 2^{-60} \cdot {}^{61}C_{30}$$

$$= 2^{-60} \cdot {}^{61}C_{31}$$

प्रश्न.5. मान लीजिए कि $z_1 \in C$, $|z_1 - 3| = \frac{1}{2}$, $z_2 \in C$, $|z_2 + |z_2 - 1|| = |z_2 - |z_2 + 1||$ है, तब $|z_1 - z_2|$ का न्यूनतम मान है:



- A) 0
 B) $\frac{1}{2}$
 C) $\frac{3}{2}$
 D) $\frac{5}{2}$

उत्तर: $\frac{3}{2}$

हल: यहाँ $|z_1 - 3| = \frac{1}{2}$, (3,0) केंद्र और $\frac{1}{2}$ त्रिज्या वाले आर्गंड तल पर एक वृत्त को दर्शाता है।

$$\text{दिया गया है } |z_2 + |z_2 - 1||^2 = |z_2 - |z_2 + 1||^2$$

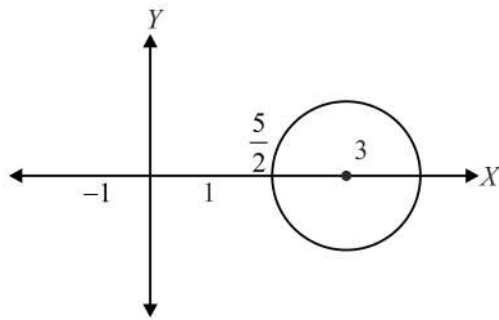
$$\Rightarrow (z_2 + |z_2 - 1|)(\bar{z}_2 + |z_2 - 1|) = (z_2 - |z_2 + 1|)(\bar{z}_2 - |z_2 + 1|)$$

$$\Rightarrow z_2(|z_2 - 1| + |z_2 + 1|) + \bar{z}_2(|z_2 - 1| + |z_2 + 1|) = |z_2 + 1|^2 - |z_2 - 1|^2$$

$$\Rightarrow (z_2 + \bar{z}_2)(|z_2 + 1| + |z_2 - 1|) = 2(z_2 + \bar{z}_2)$$

$$\Rightarrow \text{या तो } z_2 + \bar{z}_2 = 0 \text{ or } |z_2 + 1| + |z_2 - 1| = 2$$

अर्थात् z_2 काल्पनिक अक्ष पर स्थित है या यह $(-1,0)$ और $(1,0)$ को मिलाने वाले रेखाखंड पर स्थित है,



इसलिए z_1 & z_2 के बीच की न्यूनतम दूरी बिंदुओं $(1,0)$ & $(\frac{5}{2},0)$ के बीच की दूरी होगी

$$\text{अतः } |z_1 - z_2|_{\text{न्यूनतम}} = \frac{3}{2}$$

प्रश्न.6.

$$\text{यदि } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ और } B_0 = A^{98} + 2A^{49}, B_n = \text{adj}(B_{n-1}) \text{ है, तो } |B_4| \text{ बराबर है:}$$

- A) 3^{16}
 B) 3^{32}
 C) 2^{16}
 D) 2^{32}

उत्तर: 3^{32}



हल:

$$\text{दिया है, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{अब, } A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \text{ अर्थात, } A^{98} = I; A^{49} = A$$

$$\therefore B_0 = A^{98} + 2A^{49} = I + 2A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ दिया गया है, } B_n = \text{adj}(B_{n-1})$$

$$\therefore B_4 = \text{adj}(B_3) = \text{adj}(\text{adj}(B_2)) = \text{adj}(\text{adj}(\text{adj}(B_1))) = \text{adj}(\text{adj}(\text{adj}(\text{adj}(B_0)))) \therefore |B_4| = |B_0|^{2^4} = |B_0|^{16} \text{ अब,}$$

$$|B_0| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -9$$

$$\text{अतः, } |B_4| = |B_0|^{16} = 9^{16} = 3^{32}$$

प्रश्न.7. यदि $y = \cos^{-1}\left(\frac{x^2-4x+2}{x^2+3}\right)$ है, तब प्रांत है:

A) $(-\infty, -\frac{1}{3})$

B) $[-\frac{1}{4}, \infty)$

C) $(-\frac{1}{3}, \infty)$

D) $(-\frac{1}{4}, \infty)$

उत्तर: $[-\frac{1}{4}, \infty)$

हल: $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{x^2-4x+2}{x^2+3}\right)$

$$\text{प्रान्त के लिए } -1 \leq \frac{x^2-4x+2}{x^2+3} \leq 1$$

$$\Rightarrow -x^2 - 3 \leq x^2 - 4x + 2 \leq x^2 + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 5 \geq 0 \text{ और } 4x \geq -1$$

$$\Rightarrow x \in R \text{ और } x \in \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$$

$$\therefore x \in \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$$

प्रश्न.8. परवलय $y^2 = 2x - 3$ पर बिंदुओ P और Q पर, दो स्पर्श रेखायें, R(0,1) पर मिलती है, तब ΔPQR का लम्बकेन्द्र है:

A) (0,1)

B) (2,-1)

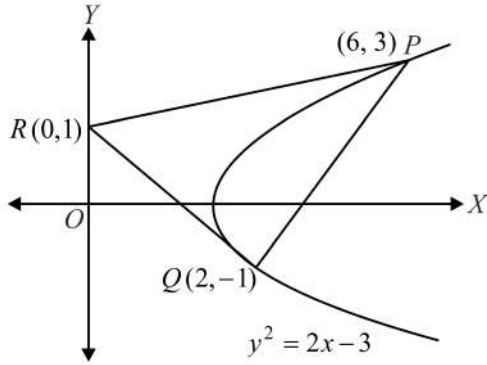
C) (6,3)

D) (2,1)

उत्तर: (2,-1)



हल:



दिया गया परवलय है $y^2 = 2x - 3 \Rightarrow y^2 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)$ माना परवलय पर एक बिंदु $P = \left(\left(\frac{3}{2} + \frac{t^2}{2}\right), t\right)$ है

P पर स्पर्श रेखा का समीकरण निम्न होगा $yt = x + \frac{3}{2} + \frac{t^2}{2} - 3$

$\therefore R(0,1)$ इस स्पर्श रेखा पर स्थित है,

$$\text{तब } t = \frac{t^2}{2} - \frac{3}{2}$$

अर्थात्, $t = 3$ या -1 .

इसलिए $P \equiv (6,3)$ & $Q \equiv (2,-1)$

अब त्रिभुज PQR , Q पर समकोण है,

इसलिए $(2,-1)$ त्रिभुज का लंब केंद्र है।

प्रश्न.9. माना कि अतिपरवलय $H: x^2 - y^2 = 1$ और दीर्घवृत्त $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ और दीर्घवृत्त की उत्केंद्रता E अतिपरवलय H की उत्केंद्रता का व्युत्क्रम है। यदि H & E की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा $y = \sqrt{\frac{5}{2}}x + k$ है, तब $4(a^2 + b^2)$ का मान बराबर है:

A) 3

उत्तर: 3

हल: दिया गया है, $H: x^2 - y^2 = 1, E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $e_H = \sqrt{2}$ & $e_E = \frac{1}{e_H} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

अतिपरवलय के लिए, $1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$

साथ ही दिया गया है कि H & E की उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा $y = \sqrt{\frac{5}{2}}x + k$ है, (i.e. $m = \sqrt{\frac{5}{2}}$)

हम जानते हैं कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ और अतिपरवलय $\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$ की उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के लिए प्रतिबंध है, $a^2m^2 + b^2 = A^2m^2 - B^2$

अब, उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के लिए: $\frac{5}{2}a^2 + b^2 = \frac{5}{2} - 1 \frac{5}{2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2} \therefore a^2 + b^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow 4(a^2 + b^2) = 3$

प्रश्न.10. $A(\cos t, \sin t), B(\sin t, -\cos t)$ और $C(a, b)$ एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं, जहाँ $t \in [0, 2\pi]$ और इस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र केंद्र, एक वृत्त जिसका केंद्र $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ है, पर स्थित है तब $a^2 - b^2$ बराबर है _____

A) 8

उत्तर: 8

हल: एक समबाहु त्रिभुज के लिए लंब केंद्र और केंद्रक संपाती होते हैं।

यहाँ, केंद्रक $(h, k) \equiv \left(\frac{\cos t + \sin t + a}{3}, \frac{\sin t - \cos t + b}{3}\right)$ है

$$\Rightarrow 3h - a = \cos t + \sin t \quad \dots (i)$$

$$\Rightarrow 3k - b = \sin t - \cos t \quad \dots (ii)$$

उपरोक्त दो समीकरण (i) & (ii) से t को विलुप्त करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\left(h - \frac{a}{3}\right)^2 + \left(k - \frac{b}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

इसलिए, (h, k) वृत्त पर स्थित है, जिसका केंद्र $\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}\right)$ है।

अर्थात्, $a = 3, b = 1$

अतः, $a^2 - b^2 = 8$



प्रश्न.11. एक पासवर्ड, समुच्चय A, B, C, D, E या 1, 2, 3, 4, 5 में से कम से कम एक अंक सहित 6 से 8 अंकों का होना चाहिए।। यदि संभव पासवर्ड 1, 2, 3, 4, 5 के बराबर है, यदि संभव पासवर्ड $k \times 5^6$ के बराबर है, तो k बराबर है:

A) 7073

उत्तर: 7073

हल: कुल उपलब्ध वर्ण 10 हैं और कुल अंक 5 हैं।

इसलिए, 6-अंकीय पासवर्ड के लिए, तरीकों की संख्या = $10^6 - 5^6$

7-अंकीय पासवर्ड के लिए, तरीकों की संख्या = $10^7 - 5^7$

8-अंकीय पासवर्ड के लिए, तरीकों की संख्या = $10^8 - 5^8$

∴ कुल तरीके = $(10^6 + 10^7 + 10^8) - (5^6 + 5^7 + 5^8)$

= $2^6 5^6 + 2^7 5^7 + 2^8 5^8 - 5^6 - 5^7 - 5^8$

= $5^6 (2^6 + 5 \cdot 2^7 + 25 \cdot 2^8 - 1 - 5 - 25) = 7073 \cdot 5^6$

प्रश्न.12. अवकल समीकरण $\sin^2(2x) \frac{dy}{dx} + (8 \sin^2 2x + 4 \sin 2x)y = 0$ का हल $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\pi}$ है। फिर $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$ होगा-

A) $3e^{\frac{\pi}{3}}$

B) $3e^{-\frac{\pi}{3}}$

C) $\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{3}}$

D) $\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{3}}$

उत्तर: $3e^{-\frac{\pi}{3}}$

हल: $\sin^2(2x) \frac{dy}{dx} + (8 \sin^2 2x + 4 \sin 2x)y = 0$

$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = -\int (8 + 4 \operatorname{cosec} 2x) dx$

$\Rightarrow \ln y = -8x - 2 \ln |\operatorname{cosec} 2x - \cot 2x| + c$

दिया गया है, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\pi}$, इसलिए

$-\pi + 2\pi + 2 \ln 1 = c \Rightarrow c = \pi$

अतः, अवकल समीकरण का विशिष्ट हल होगा,

$\ln y + 8x + 2 \ln |\operatorname{cosec} 2x - \cot 2x| = \pi$

अब, $x = \frac{\pi}{6}$ रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$\ln y + \frac{4\pi}{3} + 2 \ln \left| \frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \pi$

$\Rightarrow \ln \left(\frac{y}{3} \right) = -\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow y = 3e^{-\frac{\pi}{3}}$

प्रश्न.13. मान लीजिए कि $f(x) = \frac{5x^2}{2} + \frac{\alpha}{x^5}$, ($x > 0$) और $f(x)$ का न्यूनतम मान 14 है, तो α बराबर है:

A) 32



- B) 64
- C) 128
- D) 256

उत्तर: 128

हल: समांतर माध्य- गुणोत्तर माध्य की असमिका से, हम जानते हैं,

$$\frac{5\left(\frac{x^2}{2}\right)+2\left(\frac{\alpha}{2x^5}\right)}{5+2} \geq \left(\left(\frac{x^2}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{\alpha}{2x^5}\right)^2\right)^{\frac{1}{7}}$$

$$\Rightarrow \frac{5x^2}{2} + \frac{\alpha}{x^5} \geq \frac{7}{2}(\alpha)^{\frac{2}{7}}$$

दिया गया है कि $\frac{5x^2}{2} + \frac{\alpha}{x^5}$ का न्यूनतम मान 14 है,

$$\text{अर्थात् } \frac{7}{2}(\alpha)^{\frac{2}{7}} = 14 \Rightarrow (\alpha)^{\frac{1}{7}} = 2 \Rightarrow \alpha = 128$$

