

26 जुलाई 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 2

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

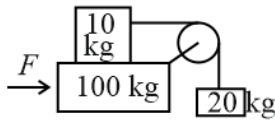
प्रश्न.1. एक समान चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ में गतिमान एक आवेशित कण का त्वरण $\vec{a} = (\alpha\hat{i} - 4\hat{j})$ है। α का मान किसके बराबर है?

- A) 6
- B) 2
- C) $-\frac{8}{3}$
- D) $\frac{4}{5}$

उत्तर: 6

हल: एक गति करते हुए आवेशित कण पर चुंबकीय बल $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ द्वारा दिया जाता है। इसलिए, हम जानते हैं कि चुंबकीय बल, चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत होता है। इसलिए, परिणामी त्वरण भी चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत होगा। चूँकि दो पारस्परिक रूप से लंबवत सदिशों का अदिश गुणनफल शून्य होता है,
 $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{B} = 0$
 $\Rightarrow (\alpha\hat{i} - 4\hat{j}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j}) = 0$
 $\Rightarrow 2\alpha - 12 = 0$
 $\Rightarrow \alpha = 6$

प्रश्न.2. माना कि सभी सतहें घर्षणहीन हैं। आवश्यक बल का मान इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि 20 kg का गुटका 2 m s^{-2} त्वरण के साथ ऊपर की ओर गति करता है।

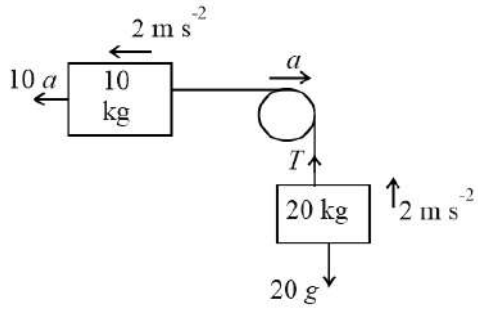


- A) 2080 N
- B) 3360 N
- C) 2420 N
- D) 2820 N

उत्तर: 3360 N



हल:



यदि T धागे में तनाव है और a , 100 kg के गुटकेका त्वरण है

100 kg के गुटकेपर रखे गए 10 kg गुटकेकेलिए
(100 kg गुटकेकेनिर्देश तंत्र में)

$$10a - T = 10 \times 2 \dots (1)$$

ऊर्ध्वाधर दिशा में 20 kg के गुटकेकेलिए,

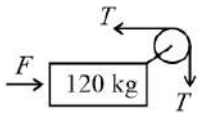
$$T - 20g = 20 \times 2$$

$$\Rightarrow T - 20 \times 10 = 20 \times 2 \dots (2)$$

उपरोक्त दोनों समीकरणों को जोड़ने पर, $\Rightarrow 10a = 3 \times 20 + 20 \times 10 = 260$ $a = 26 \text{ m s}^{-2}$, $T = 240 \text{ N}$

अनुप्रयुक्त बल F , 100 kg और 20 kg के गुटकों केक्षैतिज त्वरण के लिए उत्तरदायी होगा।

इसलिए,

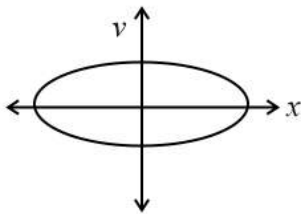


$$F - T = 120 a$$

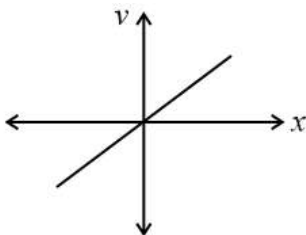
$$\Rightarrow F = 3360 \text{ N}$$

प्रश्न.3. सरल आवर्त गति में $v - x$ आलेख होगा:

A)

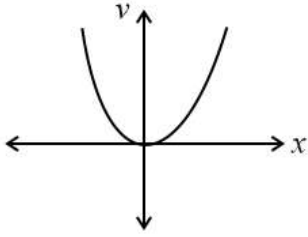


B)

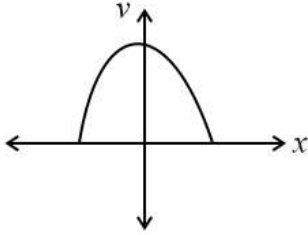




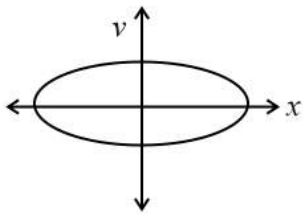
C)



D)



उत्तर:



हल: किसी कण का विस्थापन समीकरण
 $x = A \sin(\omega t + \phi)$

$$\Rightarrow \sin(\omega t + \phi) = \frac{x}{A}$$

द्वारा दिया गया है

वेग समीकरण निम्न द्वारा दिया गया है,

$$v = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega t + \phi) = \frac{v}{\omega A}$$

चूंकि, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

उपरोक्त समीकरण एक दीर्घवृत्त को प्रदर्शित करता है।

प्रश्न.4. एक कुंडली 200 फेरों और एक अन्य कुंडली 400 फेरों की हैं, इन्हें समान लंबाई 20 cm के एक तार से निर्मित किया जाता है। इनके केंद्रों पर चुंबकीय क्षेत्र का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) 1 : 2

B) 2 : 1

C) 1 : 4

D) 4 : 1

उत्तर: 1 : 4



हल: एक तार को r त्रिज्या की कुंडली बनाने के लिए मोड़ा गया है जिसके फेरों की संख्या N है, तो इसकी लंबाई $l = N(2\pi r)$ होगी।
 N फेरों वाली एक कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2r} = \frac{N^2 \mu_0 I \pi}{2\pi r \times N} = \frac{N^2 \pi \mu_0 I}{l}$$
$$\Rightarrow B \propto N^2$$

$$\therefore \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} = \frac{200^2}{400^2} = \frac{1}{4}$$

प्रश्न.5. एक बूँद 729 छोटी समान बूँदों में टूट जाती है। यदि T पृष्ठ तनाव है और R बड़ी बूँद की त्रिज्या है, तो पृष्ठीय ऊर्जा में परिवर्तन $n(\pi R^2 T)$ है। n का मान है:

- A) 32
- B) 36
- C) 728
- D) 8

उत्तर: 32

हल: बड़ी बूँद का आयतन, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ होगा। यदि छोटी बूँदों की त्रिज्या r है, तो आयतन संरक्षण का उपयोग करने पर,

$$n \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$
$$\Rightarrow 729 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$
$$\Rightarrow r = \frac{R}{9}$$

प्रारंभिक पृष्ठीय ऊर्जा होगी,

$$E_i = (4\pi R^2)T$$

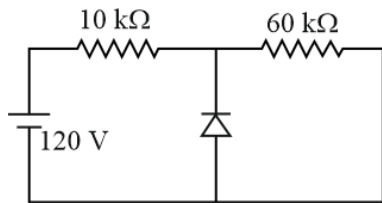
$$\text{और अंतिम पृष्ठीय ऊर्जा होगी, } E_f = n(4\pi r^2)T = 729 \times 4\pi \left(\frac{R}{9}\right)^2 T = 36\pi R^2 T$$

इसलिए, पृष्ठीय ऊर्जा में परिवर्तन होगा,

$$\Rightarrow \Delta E = E_f - E_i = 32\pi R^2 T$$

$$\Rightarrow n = 32$$

प्रश्न.6. परिपथ में जैसा कि दिखाया गया है, डायोड के सिरो पर विभव पतन 60 V है। डायोड के माध्यम से प्रवाहित धारा _____ mA है:

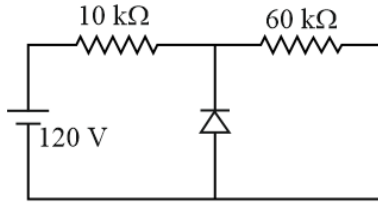


- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 20

उत्तर: 5



हल:



चूँकि डायोड और $60 \text{ k}\Omega$ प्रतिरोध समांतर क्रम में हैं, $60 \text{ k}\Omega$ प्रतिरोध केसिरोँ पर भी विभवांतर 60 V होगा। इसलिए इसकेमाध्यम से धारा निम्न होगी,

$$I_{60} = \frac{60 \text{ V}}{60 \times 10^3 \Omega} = 10^{-3} \text{ A}$$

$10 \text{ k}\Omega$ प्रतिरोध केसिरोँ पर विभवांतर होगा,

$$V_{10} = 120 - 60 = 60 \text{ V}$$

इसलिए,

$$I_{10} = \frac{60 \text{ V}}{10 \times 10^3 \Omega} = 6 \times 10^{-3} \text{ A}$$

इसलिए, किरचॉफ केसंधि नियम का उपयोग करने पर डायोड केमाध्यम से प्रवाहित धारा होगी,

$$I = 6 \times 10^{-3} - 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} \text{ A} = 5 \text{ mA}$$

प्रश्न.7. एक EM तरंग में, यदि चुंबकीय क्षेत्र केघटक का आयाम $2 \times 10^{-8} \text{ T}$ है, तो विद्युत क्षेत्र केघटक केआयाम का मान _____ V m^{-1} है।

- A) 6
- B) 8
- C) 4
- D) 3

उत्तर: 6

हल: एक विद्युत चुम्बकीय तरंग केविद्युत क्षेत्र केआयाम और चुंबकीय क्षेत्र केआयाम का अनुपात, माध्यम में प्रकाश की चाल केबराबर होता है।

इसलिए,

$$c = \frac{E_0}{B_0}$$

$$\Rightarrow E_0 = cB_0$$

$$\Rightarrow E_0 = 3 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow E_0 = 6 \text{ V m}^{-1}$$

प्रश्न.8. एक LR परिपथ में, यदि $X_L = R$ है, तब शक्ति गुणांक P_1 है। एक अन्य LCR श्रेणी परिपथ में यदि $X_L = X_C$ है, तब शक्ति गुणांक P_2 है। तब $\frac{P_1}{P_2}$ का मान है:

- A) 1 : 1
- B) 1 : 2
- C) $1 : \sqrt{2}$
- D) $\sqrt{2} : 1$

उत्तर: $1 : \sqrt{2}$



हल: शक्ति गुणांक निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$\therefore P = \frac{R}{Z}$$

प्रथम स्थिति के लिए:

$$\Rightarrow P_1 = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{X_L^2 + R^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

और द्वितीय स्थिति के लिए:

$$P_2 = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}} = \frac{R}{\sqrt{0 + R^2}} = 1$$

$$\text{इसलिए, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

प्रश्न.9. तरंग समीकरण, $y = 2 \times 10^{-8} \sin(kx + \omega t + \theta)$ cm के रूप में दिया गया है। आयाम ज्ञात कीजिए।

- A) 2×10^{-8} cm
- B) 5×10^{-6} cm
- C) 4×10^{-6} cm
- D) 8×10^{-6} cm

उत्तर: 2×10^{-8} cm

हल: दिए गए समीकरण

$$y = 2 \times 10^{-8} \sin(kx + \omega t + \theta)$$

की तुलना तरंग के मानक समीकरण

$$y = A \sin(kx + \omega t + \theta) \text{ के साथ करने पर, हमें प्राप्त होता है,}$$

$$A = 2 \times 10^{-8} \text{ cm, जहाँ } A \text{ आयाम है।}$$

प्रश्न.10. एक बंदर रस्सी पर ऊपर की ओर 4 m s^{-2} त्वरण से चढ़ता है और जब यह नीचे की ओर उतरता है, तो इसका त्वरण 5 m s^{-2} होता है। बंदर का भार 50 kg है और अधिकतम तनाव का मान 350 N है। तब

- A) $T = 700 \text{ N}$, जब ऊपर की ओर चढ़ता है
- B) $T = 350 \text{ N}$, जब नीचे की ओर चढ़ता है।
- C) जब ऊपर की ओर चढ़ता है तब रस्सी टूट जाएगी।
- D) रस्सी टूट जाएगी, जब नीचे की ओर चढ़ता है

उत्तर: जब ऊपर की ओर चढ़ता है तब रस्सी टूट जाएगी।

हल: मान लीजिए कि रस्सी नहीं टूटती है, तो आवश्यक तनाव होगा,

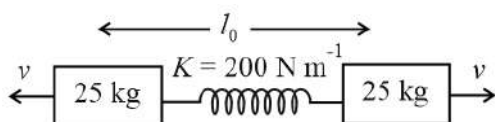
$$\Rightarrow T_{\text{ऊपर}} = m(g + a) = 50 \times 14 = 700 \text{ N}$$

लेकिन दिया गया है, $T_{\text{अधिकतम}} = 350$

स्पष्ट रूप से, यदि बंदर त्वरण 4 m s^{-2} के साथ ऊपर की ओर चढ़ता है, तो रस्सी टूट जाएगी।

$$\Rightarrow T_{\text{नीचे}} = m(g - a) = 50 \times (10 - 5) = 250 \text{ N}$$

प्रश्न.11. अपनी प्राकृतिक लंबाई में स्थित स्प्रिंग के साथ दो गुटकों को वेग $v = 1 \text{ m s}^{-1}$ दिया जाता है। स्प्रिंग में अधिकतम प्रसार किसके बराबर है?





- A) 5 cm
- B) 0.5 m
- C) 0.25 m
- D) 0.1 m

उत्तर: 0.5 m

हल: अधिकतम दीर्घोत्करण पर, कुल गतिज ऊर्जा स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाएगी।
इसलिए,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}Kx^2 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 25 \times v^2\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times 200 \times x^2 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 25 \times v^2\right) \\ \Rightarrow x &= 0.5 \text{ m}\end{aligned}$$

प्रश्न.12. *YDSE* प्रयोग में, फ्रिंज (किनारा) चौड़ाई $\beta = 12 \text{ cm}$ दी गयी है। यदि व्यवस्था को एक माध्यम में डुबोया जाता है, जिसका अपवर्तनांक $\mu = \frac{4}{3}$ है। तो नई फ्रिंज चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

- A) 6 cm
- B) 9 cm
- C) 12 cm
- D) 16 cm

उत्तर: 9 cm

हल: जैसा कि हम जानते हैं, फ्रिंज चौड़ाई के लिए व्यंजक निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

μ अपवर्तनांक के माध्यम के लिए, हम लिख सकते हैं,

$$\begin{aligned}\beta' &= \frac{\lambda D}{\mu d} \\ &= \frac{1}{\mu} \times \beta \\ &= \frac{3}{4} \times 12\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta' = 9 \text{ cm}$$

प्रश्न.13. दो प्रक्षेप्यों को क्षैतिज के साथ 30° और 45° कोण बनाते हुए u_1 और u_2 चाल के साथ प्रक्षेपित किया जाता है। यदि अधिकतम ऊंचाई तक पहुंचने का समय समान है, तो $\frac{u_1}{u_2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- A) $\sqrt{2} : 1$
- B) $1 : \sqrt{2}$
- C) $1 : 2$
- D) $\sqrt{3} : 2$

उत्तर: $\sqrt{2} : 1$



हल: उड्डयन काल निम्न द्वारा दिया जाता है,

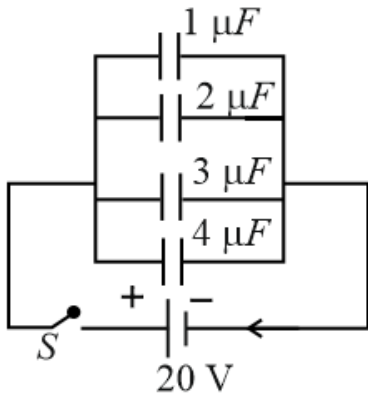
$$T = \frac{2u \sin \theta}{g}$$

चूँकि उड्डयन काल समान है,

$$\frac{2u_1 \sin \theta_1}{g} = \frac{2u_2 \sin \theta_2}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} : 1$$

प्रश्न.14. जैसा कि परिपथ में दिखाया गया है, यदि स्विच S को बंद कर दिया जाता है, तो स्विच के माध्यम से प्रवाहित कुल आवेश ज्ञात कीजिए।



- A) $100 \mu\text{C}$
- B) $50 \mu\text{C}$
- C) $45 \mu\text{C}$
- D) $200 \mu\text{C}$

उत्तर: $200 \mu\text{C}$

हल: जैसा कि दिया गया है संधारित्र समांतर क्रम संयोजन में हैं, इसलिए,

$$C_{\text{eq}} = (1 + 2 + 3 + 4) \mu\text{F} = 10 \mu\text{F}$$

अतः, स्विच के माध्यम से प्रवाहित आवेश

$$\therefore Q = (20 \text{ V}) \times (10 \mu\text{F}) = 200 \mu\text{C}$$

प्रश्न.15. एक रॉकेट के भाग में कितनी कमी होती है, जब यह पृथ्वी की सतह से 32 km ऊपर होता है? ($R = 6400 \text{ km}$)

- A) 1%
- B) 2%
- C) 3%
- D) 4%

उत्तर: 1%



हल: किसी भी ऊंचाई पर गुरुत्वीय त्वरण निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$\Rightarrow g' = \frac{gR^2}{r^2}$$

और भार निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$W = mg$$

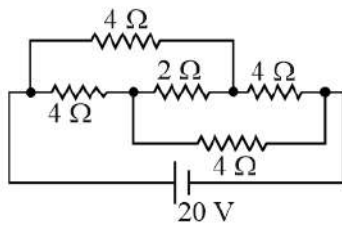
इसलिए,

$$\Rightarrow \frac{\Delta W}{W} = \frac{-2\Delta r}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta W}{W} \times 100 = \frac{-2 \times 32}{6400} \times 100 = -1\%$$

\Rightarrow भार में कमी 1% होती है

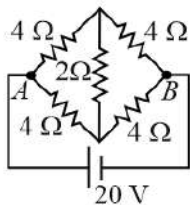
प्रश्न.16. नीचे दिखाए गए परिपथ में, सेल द्वारा आपूर्त की गई धारा ज्ञात कीजिए।



- A) 2 A
- B) 4 A
- C) 5 A
- D) 10 A

उत्तर: 5 A

हल: परिपथ को निम्न प्रकार से पुनः बनाया जा सकता है:



हम देख सकते हैं कि परिपथ एक संतुलित व्हीटस्टोन सेतु है

$$\Rightarrow R_{AB} = 4\ \Omega$$

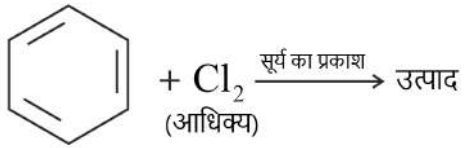
सेल के माध्यम से धारा है,

$$I = \frac{V}{R_{AB}} = \frac{20}{4}\ \text{A} = 5\ \text{A}$$



सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1.

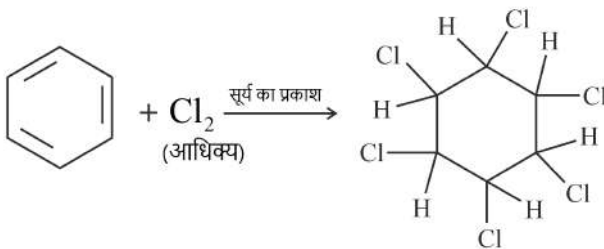


उत्पाद में हाइड्रोजन परमाणुओं की संख्या है:

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 8

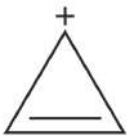
उत्तर: 6

हल: पराबैंगनी प्रकाश की उपस्थिति में (लेकिन उत्प्रेरक की उपस्थिति के बिना), गर्म बेन्जीन भी क्लोरीन के साथ एक योगात्मक अभिक्रिया से गुजरता है। वलय का विस्थानीकरण स्थायी रूप से टूट जाता है, और प्रत्येक कार्बन परमाणु पर एक क्लोरीन परमाणु जुड़ जाता है।



प्रश्न.2. निम्नलिखित में से कौन - सा एक एरोमैटिक यौगिक नहीं है?

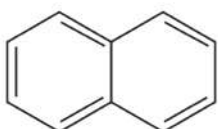
A)



B)

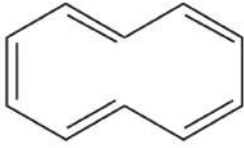


C)

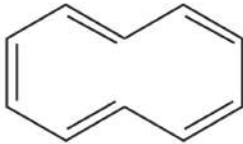




D)



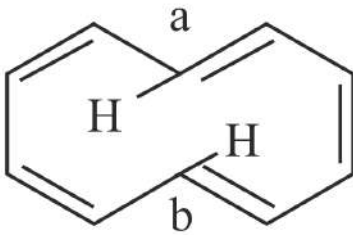
उत्तर:



हल: एरोमैटिक यौगिकों की विशेषताओं में शामिल हैं:

- चक्रीय और समतलीय होना चाहिए
- $(4n + 2)$ π इलेक्ट्रॉन होना चाहिए। ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$)
- संकलन का विरोध करते हैं, लेकिन प्रतिस्थापन को प्राथमिकता देते हैं।
- अनुनाद ऊर्जा होनी चाहिए।

आंतरिक हाइड्रोजन के बीच अत्यधिक अनुआबंधित अन्योन्य क्रिया (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है) के कारण, 10-एन्यूलिन में वलय को असमतलीय ज्यामिति वाली माना जाता है, इसलिए, यह एक एरोमैटिक यौगिक नहीं है।



[10]- ऐन्यूलिन

प्रश्न.3. यदि H स्पेक्ट्रम की लाइमैन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य λ है, और H परमाणु की रेखा स्पेक्ट्रम की बामर श्रेणी के द्वितीय संक्रमण और पाशन श्रेणी के तृतीय संक्रमण के बीच तरंगदैर्घ्य का अंतर $x\lambda$ है। तब x का मान ज्ञात कीजिए?

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 20

उत्तर: 5



हल: $\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right] = \frac{3R}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3R}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right] = \frac{12R}{64} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{16}{3R}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left[\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right] = \frac{27R}{9 \times 36} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{36}{3R}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = x\lambda = \frac{36}{3R} - \frac{16}{3R} = \frac{20}{3R}$$

$$\frac{20}{3R} = 5 \times \frac{4}{3R}$$

$$= x\lambda$$

$$x = 5$$

प्रश्न.4. एक इलेक्ट्रॉन का वेग, एक न्यूट्रॉन के वेग का x गुना है। यदि इलेक्ट्रॉन की तरंग दैर्ध्य न्यूट्रॉन की तरंग दैर्ध्य के बराबर है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

दिया गया है: इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान = 9.1×10^{-31} kg

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान = 1.6×10^{-27} kg

(निकटतम पूर्णांक तक सन्निकट कीजिए)

A) 1758

B) 1858

C) 1658

D) 6034

उत्तर: 1758

हल: $\lambda_e = \lambda_n$

$$\frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{h}{m_n \cdot v_n}$$

$$m_e \cdot x \cdot v_n = m_n \cdot v_n$$

$$x = \frac{m_n}{m_e} = \frac{1.6 \times 10^{-27}}{9.1 \times 10^{-31}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{9} \times 10^3$$

$$= 1.758 \times 10^3$$

$$= 1758$$

प्रश्न.5. $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6] \text{Cl}_2$ और $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6] \text{Cl}_3$

दिए गए यौगिकों के प्रचक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए?

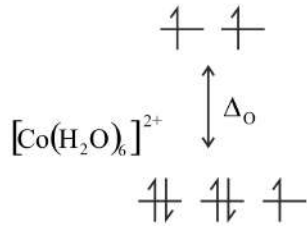
A) 3.9



- B) 4.9
C) 2.87
D) 1.73

उत्तर: 3.9

हल:



इसलिए, चुंबकीय आघूर्ण निम्न द्वारा दिया गया है:

$$\mu = \sqrt{n(n+2)} \text{ BM, जहाँ } n = \text{अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या है।}$$

अतः, चुंबकीय आघूर्ण है:

$$\mu = \sqrt{3(3+2)} \text{ BM} = 3.87 \text{ BM}$$

अतः, $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$ का प्रचक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण का मान 3.9 BM है।

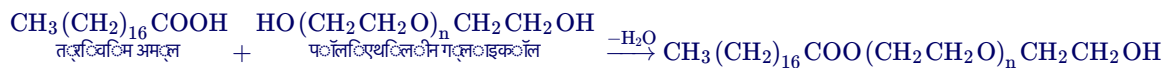
$[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$, यहाँ Co (III), निम्न प्रचक्रण, 0 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन और प्रतिचुंबकीय है।

प्रश्न.6. त्रिविम अम्ल और पॉलिएथिलीन ग्लाइकॉल द्वारा किस प्रकार के अपमार्जक का निर्माण किया जाता है?

- A) धनायन अपमार्जक
B) ऋणायनी अपमार्जक
C) साबुन का निर्माण होता है।
D) गैर - आयनिक अपमार्जक

उत्तर: गैर - आयनिक अपमार्जक

हल: गैर - आयनिक अपमार्जक के संघटन में कोई आयन नहीं होता है। इस तरह के अपमार्जक का निर्माण तब होता है, जब त्रिविम अम्ल, पॉलिएथिलीन ग्लाइकॉल के साथ अभिक्रिया करता है।



प्रश्न.7. KMnO_4 का गहरा बैंगनी रंग अम्लीय माध्यम में ऑक्सेलिक अम्ल के साथ अनुपातन करने पर विलुप्त हो जाता है। Mn की ऑक्सीकरण संख्या का समग्र परिवर्तन क्या है?

- A) 3
B) 1
C) 5
D) 4

उत्तर: 5



हल: इस प्रक्रम में होने वाली समग्र अभिक्रिया इस प्रकार है:



पोटेशियम परमैंगनेट एक प्रबल ऑक्सीकारक है और सल्फ्यूरिक अम्ल की उपस्थिति में यह एक शक्तिशाली ऑक्सीकारक के रूप में कार्य करता है। अम्लीय माध्यम में KMnO_4 की ऑक्सीकरण क्षमता को निम्नलिखित समीकरण द्वारा दर्शाया जाता है।



प्रश्न.8. H_2 और O_2 के मिश्रण में द्रव्यमानानुसार 40%, H_2 उपस्थित है। यदि कुल दाब 2.2 atm है, तो O_2 के आंशिक दाब (atm में) की गणना कीजिए।

- A) 0.32
B) 0.03
C) 0.19
D) 0.22

उत्तर: 0.19

हल: $\text{H}_2 \rightarrow 40 \text{ g}$; H_2 का भार = 2 gm; $n_{\text{H}_2} = \frac{2}{2} = 1$

$\text{O}_2 \rightarrow 60 \text{ g}$; O_2 का भार = 3 gm; $n_{\text{O}_2} = \frac{3}{32}$

$$P_{\text{O}_2} = X_{\text{O}_2} \cdot P_T = \frac{\frac{3}{32}}{\frac{3}{32} + 1} \times 2.2 = \frac{\frac{3}{32}}{\frac{35}{32}} \times 2.2$$

$$= \frac{3}{35} \times 2.2$$

$$\cong 0.19 \text{ atm}$$

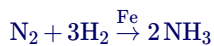
प्रश्न.9. आव्यूह का मिलान कीजिए।

	स्तंभ I		स्तंभ II
A.	$\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$	I.	Pt
B.	$4\text{NH}_3 + 5\text{O}_2 \rightarrow 4\text{NO} + 6\text{H}_2\text{O}$	II.	Fe
C.	$2\text{SO}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{SO}_3$	III.	V_2O_5

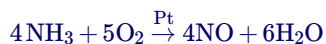
- A) A-II, B-III, C-I
B) A-II, B-I, C-III
C) A-III, B-II, C-I
D) A-III, B-I, C-II

उत्तर: A-II, B-I, C-III

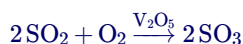
हल: अमोनिया उत्पादन के हेबर प्रक्रम में, आयरन का उपयोग उत्प्रेरक के रूप में किया जाता है।



ओस्टवाल्ड प्रक्रम में, उपयोग किया जाने वाला उत्प्रेरक प्लैटिनम है।



वैनेडियम पेंटॉक्साइड संपर्कप्रक्रिया में उपयोग किया जाने वाला उत्प्रेरक है।





प्रश्न.10. निम्नलिखित में से कौन सी एक अनअपचायक शर्करा है?

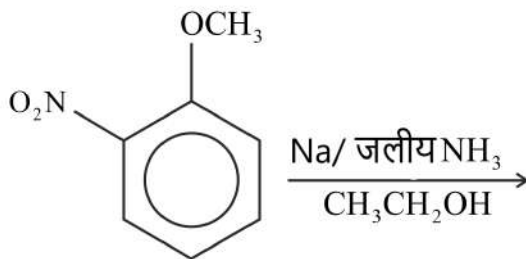
- A) सूक्रोस
- B) माल्टोस
- C) लेक्टोस
- D) ग्लूकोज

उत्तर: सूक्रोस

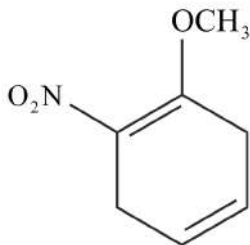
हल: एक अनअपचायक शर्करा एक कार्बोहाइड्रेट है, जो एक दुर्बल ऑक्सीकारक (एक ऑक्सीकारक जो एल्डिहाइड को ऑक्सीकृत करता है लेकिन ऐल्कोहॉल को नहीं करता है, जैसे की टॉलेन अभिकर्मक) द्वारा क्षारीय जलीय विलयन में ऑक्सीकृत नहीं होती है।

अनअपचायक शर्करा में एनोमेरिक कार्बन से जुड़ा एक OH समूह नहीं होता है, इसलिए वे अन्य यौगिकों को अपचयित नहीं कर सकती हैं। सभी मोनोसेकैराइड जैसे ग्लूकोज अपचायक शर्करा होते हैं। एक डाइसेकैराइड, एक अपचायक शर्करा या एक अनअपचायक शर्करा हो सकता है, जैसे माल्टोस और लेक्टोस अपचायक शर्करा हैं, जबकि सुक्रोस एक अनअपचायक शर्करा है।

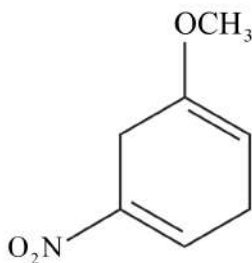
प्रश्न.11. दी गई अभिक्रिया में बनने वाला मुख्य उत्पाद क्या है:



A)

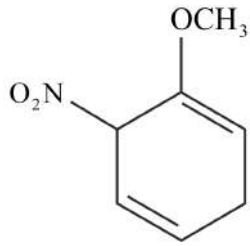


B)





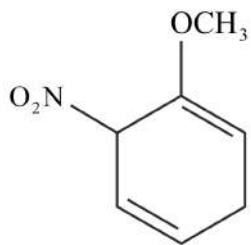
C)



D)

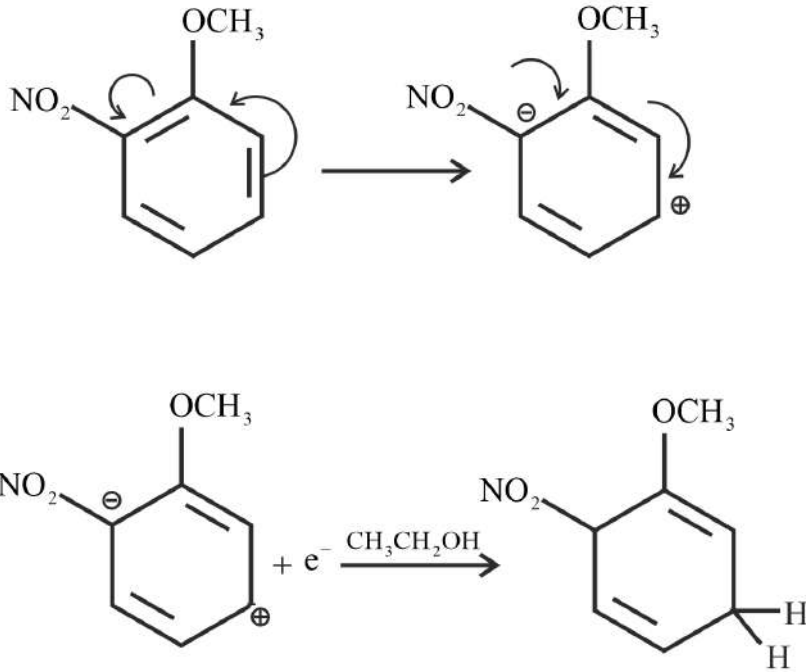


उत्तर:





हल: $\text{Na} + \text{NH}_3 \rightarrow [\text{Na}(\text{NH}_3)]^+ + \text{अमोनिकृत इलेक्ट्रॉन}$

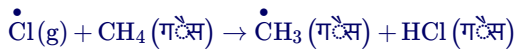


प्रश्न.12. गर्मियों के मौसम में, मेथेन क्लोरीन परमाणु के साथ अभिक्रिया करके क्लोरीन सिंक का निर्माण करता है, जो ओजोन के क्षय को रोकता है। अभिक्रिया में बने वाले उत्पाद हैं:

- A) $\dot{\text{C}}\text{H}_3, \text{HCl}$
- B) $\text{C}_2\text{H}_6, \text{HCl}$
- C) $\text{Cl}_2, \dot{\text{C}}\text{H}_3$
- D) H_2, Cl_2

उत्तर: $\dot{\text{C}}\text{H}_3, \text{HCl}$

हल: गर्मियों के मौसम में, क्लोरीन परमाणु क्लोरीन सिंक का निर्माण करते हैं, जो ओजोन क्षय को रोकता है, जबकि सर्दियों में, विशेष प्रकार के बादल जिन्हें ध्रुवीय समतापमंडलीय बादल कहा जाता है, अंटार्कटिका पर बनते हैं।



प्रश्न.13. पर्णहरित को एक पत्ती से निष्कर्षित किया जाता है। Mg की मात्रा 48 ppm थी। 2 लीटर विलयन में Mg के केमिलीमोलों की संख्या _____ हैं।

[दिया गया है- विलयन का घनत्व = 1 ग्राम/मिलीलीटर, और Mg का मोलर द्रव्यमान = 24 ग्राम/मोल]

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

उत्तर: 4



हल: विलयन का आयतन = 2000 मिलीलीटर

विलयन का द्रव्यमान = 2000 ग्राम

1000 ग्राम \rightarrow 48 मिलीग्राम

2000 ग्राम \rightarrow 96 मिलीग्राम

Mg के मिली मोल = $\frac{96}{24} = 4$ मिली मोल

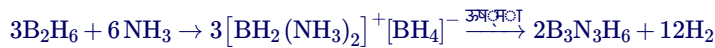
प्रश्न.14. निम्नलिखित में से कौन सी अभिक्रिया बोरानाईन का उत्पादन करेगी ?

1. $\text{NH}_3 + \text{B}_2\text{H}_6$
2. $\text{HN}_3 + \text{B}(\text{OH})_3$
3. $\text{N}_2 + \text{B}_2\text{H}_6$
4. $\text{NH}_3 + \text{B}(\text{OH})_3$

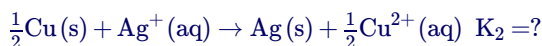
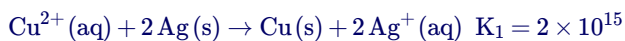
- A) 4
B) 2
C) 3
D) 1

उत्तर: 1

हल: डाईबोरेन के साथ अमोनिया की अभिक्रिया प्रारंभ में $\text{B}_2\text{H}_6 \cdot 2\text{NH}_3$ का उत्पादन करती है, जिसे $[\text{BH}_2(\text{NH}_3)_2]^+ [\text{BH}_4]^-$ के रूप में सूत्रबद्ध किया जाता है, आगे गर्म करने पर बोरानाईन, $\text{B}_3\text{N}_3\text{H}_6$ का उत्पादन होता है, जिसे "अकार्बनिक बेन्जीन" के रूप में जाना जाता है। बोरानाईन की वलय संरचना में एकान्तर रूप से BH और NH समूह उपस्थित होते हैं।



प्रश्न.15. निम्नलिखित अभिक्रियाओं पर विचार कीजिए:



- A) 1.14×10^{-7}
B) 2.23×10^{-8}
C) 3.24×10^{-8}
D) 2.56×10^{-7}

उत्तर: 2.23×10^{-8}



हल:

$$K_2 = \left(\frac{1}{K_1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_2 = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10^{15}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{20} \times 10^7}$$

$$= \frac{10^{-7}}{\sqrt{20}}$$

$$= 0.223 \times 10^{-7}$$

$$= 2.23 \times 10^{-8}$$

प्रश्न.16. अभिक्रिया $A \rightarrow 2B + C$ पर विचार कीजिए,

दिया गया है कि $t_{1/2} = 100$ सेकंड है, जब A की प्रारंभिक मात्रा 0.5 mol है और $t_{1/2} = 50$ सेकंड है, जब A की प्रारंभिक मात्रा 1.0 mol है। अभिक्रिया की कोटि ज्ञात कीजिए।

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

उत्तर: 2

हल:

$$t_{1/2} \propto (a_0)^{1-n}$$

$$100 \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n} \dots (1)$$

$$50 \propto (1)^{1-n} \dots (2)$$

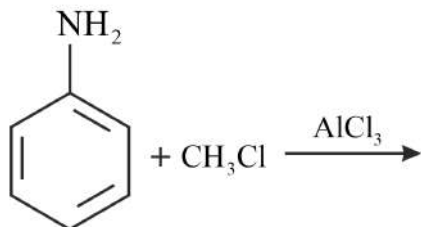
$$(1) \div (2)$$

$$2^1 = 2^{n-1}$$

$$n - 1 = 1$$

$$n = 2$$

प्रश्न.17.



S1: ऑर्थो और पैरा प्रतिस्थापित उत्पाद, मुख्य उत्पाद के रूप में निर्मित नहीं होते हैं।

S2: ऐनिलीन, $AlCl_3$ (लूईस अम्ल - क्षार अभिक्रिया) के साथ अभिक्रिया करता है, और मेटा प्रतिस्थापित उत्पाद का निर्माण होता है।

निम्नलिखित में से कौन - सा विकल्प सही है?

- A) S1 और S2 दोनों सही हैं।
- B) S1 और S2 दोनों गलत हैं।
- C) केवल S1 सही है।



D) केवल S2 सही है।

उत्तर: केवल S1 सही है।

हल: ऐनिलीन, लूइस अम्ल उत्प्रेरक अर्थात, $AlCl_3$, केसाथ लवण का निर्माण करता है, जिसका उपयोग फ्रिडेल - क्राफ्ट अभिक्रिया में किया जाता है। ऐनिलीन का नाइट्रोजन धनात्मक आवेश प्राप्त करता है, और इसलिए आगे की अभिक्रिया के लिए एक प्रबल निष्क्रिय समूह के रूप में कार्य करता है। इसलिए, कोई भी इलेक्ट्रॉनरागी प्रतिस्थापन अभिक्रिया नहीं होती है।



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. एक कक्षा में दस लड़के B_1, B_2, \dots, B_{10} और पाँच लड़कियाँ G_1, G_2, \dots, G_5 हैं। तब तीन लड़कों और तीन लड़कियों से युक्त समूह बनाने के तरीकों की संख्या, यदि B_1 और B_2 दोनों को एक साथ समूह का सदस्य नहीं होना चाहिए, _____ है।

A) 1120

उत्तर: 1120

हल: दिया गया है, लड़कों की कुल संख्या 10 है और लड़कियों की कुल संख्या 5 है।

$$\text{इसलिए चयन के कुल तरीकों की संख्या} = {}^{10}C_3 \cdot {}^5C_3 = 1200$$

$$\text{उन चयन के कुल तरीकों की संख्या जिसमें } B_1 \text{ और } B_2 \text{ दोनों समूह में हैं,} = {}^8C_1 \cdot {}^5C_3 = 80$$

$$\text{अभीष्ट चयन के कुल तरीकों की संख्या} = 1200 - 80 = 1120$$

प्रश्न.2. मान लीजिए $\{3\}, \{6, 9, 12\}, \{15, 18, 21, 24, 27\}, \dots$ कोई अनुक्रम है, तो इस अनुक्रम के 11वें समुच्चय में अवयवों का योगफल _____ है।

A) 6993

B) 5993

C) 6883

D) 5663

उत्तर: 6993

हल: $\{3\}, \{6, 9, 12\}, \{15, 18, 21, 24, 27\}, \dots$

$$\text{अब, 11वें समुच्चय में अवयवों की संख्या होगी} = 1 + (10) \cdot 2 = 21$$

$$\text{10वें समुच्चय में अवयवों की कुल संख्या होगी,} \\ 1 + 3 + \dots + 19 = 10^2 = 100$$

$$\therefore \text{11वें समुच्चय में अवयव} = \{3 \cdot 101, 3 \cdot 102, \dots, 3 \cdot 121\}$$

$$\text{इन अवयवों का योग} = 3(101 + 102 + \dots + 121)$$

$$= 3 \times \frac{21}{2} \times (101 + 121) = 6993$$

प्रश्न.3. यदि $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ है, तो $y(x)$ का अधिकतम मान है:

A) $\frac{1}{8}$

B) $-\frac{1}{2}$

C) 1

D) 2

उत्तर: $\frac{1}{8}$



हल: $\frac{dy}{dx} + y(2 \tan x) = \sin x$, एक रैखिक अवकल समीकरण है।

$$I.F = e^{\int 2 \tan x dx} = e^{2 \ln |\sec x|} = \sec^2 x$$

व्यापक हल निम्न होगा,

$$y \sec^2 x = \int \sin x \sec^2 x dx + C$$

$$\Rightarrow y \sec^2 x = \sec x + C$$

$$\because y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow C = -2$$

अतः विशिष्ट हल है:

$$y \sec^2 x = \sec x - 2$$

$$\Rightarrow y = \cos x - 2 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{8} - 2\left(\cos x - \frac{1}{4}\right)^2$$

इसलिए, $y(x)$ का अधिकतम मान $\frac{1}{8}$ है।

प्रश्न.4. $\tan(2 \tan^{-1}(\frac{1}{8}) + \sec^{-1}(\frac{\sqrt{5}}{2}) + 2 \tan^{-1}(\frac{1}{5}))$ बराबर है:

A) 2

उत्तर: 2

हल: माना कि, $T = \tan(2 \tan^{-1}(\frac{1}{8}) + \sec^{-1}(\frac{\sqrt{5}}{2}) + 2 \tan^{-1}(\frac{1}{5}))$

अब, हम जानते हैं कि,

$$2(\tan^{-1}(\frac{1}{8}) + \tan^{-1}(\frac{1}{5})) = 2 \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{40}}\right)$$

$$= 2 \tan^{-1}(\frac{1}{3}) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}}\right) = \tan^{-1}\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow T = \tan(\tan^{-1}\frac{3}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{2})$$

$$= \tan\left(\tan^{-1}\frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{3}{8}}\right) = \tan(\tan^{-1}2) = 2$$

प्रश्न.5. वक्रों $y = 1, y = 3, y^a = x, (x > 0)$ और $x = 0$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{364}{3}$ है। तो a किसके बराबर है:

A) 4

B) 5

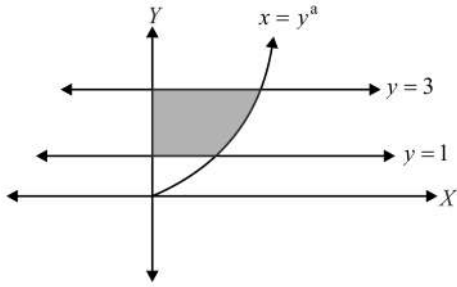
C) 6

D) 7

उत्तर: 5



हल: दिए गए फलनों के आलेख को आलेखित करने पर, हमें वक्रों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र के रूप में छायांकित भाग का क्षेत्रफल प्राप्त होता है।



दिया गया है, छायांकित भाग का क्षेत्रफल = $\frac{364}{3}$

$$\Rightarrow \int_1^3 y^a dy = \frac{364}{3}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{y^{a+1}}{a+1} \right]_1^3 = \frac{364}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3^{a+1}-1}{a+1} = \frac{364}{3} = \frac{729-1}{6} = \frac{3^6-1}{6}$$

$$\Rightarrow a = 5$$

प्रश्न.6. यदि रेखा $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$, समतल $x + y - z = 0$ को बिंदु P पर प्रतिच्छेद करती है। तब P से $Q(2, 4, -1)$ की दूरी है:

A) $\sqrt{13}$

B) $\sqrt{17}$

C) $\sqrt{15}$

D) $\sqrt{11}$

उत्तर: $\sqrt{17}$

हल: माना, $L : \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4} = \lambda$

और माना, $P \equiv (4\lambda - 1, 3\lambda + 2, 4\lambda + 1)$ रेखा पर एक बिंदु है जो कि $x + y - z = 0$ में भी स्थित है।

$$\Rightarrow 4\lambda - 1 + 3\lambda + 2 - 4\lambda - 1 = 0$$

$$\therefore \lambda = 0$$

अर्थात्, $P = (-1, 2, 1)$ और $Q(2, 4, -1)$ के लिए दूरी सूत्र का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$PQ = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 4 + 4} = \sqrt{17}$$

प्रश्न.7. माना कि f एक सतत फलन इस प्रकार है कि $f(3x) - f(x) = x$ और $f(8) = 7$ है, तब $f(14)$, _____ के बराबर है।

A) 10

B) 9

C) 6

D) 4

उत्तर: 10



हल: दिया गया है, $f(3x) - f(x) = x$

$$\text{अब, } f(x) - f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{x}{3}$$

$$f\left(\frac{x}{3}\right) - f\left(\frac{x}{3^2}\right) = \frac{x}{3^2}$$

.

.

जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$f(x) - \lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{x}{3^n}\right) = x\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \infty\right)$$

$$f(x) - \lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{x}{3^n}\right) = x\left(\frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}\right) = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) - f(0) = \frac{x}{2}$$

दिया गया है, $f(8) = 7$

इसलिए, $f(8) - f(0) = 4$

अर्थात्, $f(0) = 3$

$$\therefore f(x) = \frac{x}{2} + 3$$

अतः, $f(14) = 10$

प्रश्न.8. यदि $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{2n}{n^2+k^2}\right) = a$ और $f(x) = \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ है, तब $f'\left(\frac{a}{2}\right)$ बराबर है:

A) $2 + \sqrt{2}$

B) $\sqrt{2} + 1$

C) $2 - \sqrt{2}$

D) $\sqrt{2} - 1$

उत्तर: $2 - \sqrt{2}$



हल:

दिया गया है,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{2n}{n^2+k^2} \right) = a$$

अंश और हर से n^2 को उभयनिष्ठ लेने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left(\frac{2}{1+\frac{k^2}{n^2}} \right) = a$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{2}{1+x^2} dx = a \Rightarrow 2 [\tan^{-1} x]_0^1 = a$$

$$\Rightarrow a = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{अब, } f(x) = \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} = \left| \tan \frac{x}{2} \right|$$

x के सापेक्ष $f(x)$ का अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$f'(x) = \left(\frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2} \right)$$

$$\text{अब, } f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} \sec^2 \frac{\pi}{2} \right)$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ पर,}$$

$$= \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 2 - \sqrt{2}$$

प्रश्न.9. यदि A , कोटि 2×2 का एक आव्यूह है और $|A| = -1$ तथा $|(A+I)(\text{adj } A+I)| = 4$ है, तब $|\text{ट्रैस } (A)|$ बराबर है:

A) 2

उत्तर: 2

हल: हम जानते हैं कि, $\text{adj } A = |A|A^{-1} = -A^{-1}$

$$\text{अब, } |(I+A)(I+\text{adj } A)| = 4$$

$$\Rightarrow |(I+A)(I-A^{-1})| = 4$$

$$\Rightarrow |A - A^{-1}| = 4$$

$$\text{माना कि } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = - \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{अर्थात्, } A - A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{इसलिए, } \begin{bmatrix} a+d & 0 \\ 0 & a+d \end{bmatrix} = 4 \Rightarrow (a+d)^2 = 4$$

$$\Rightarrow a+d = \pm 2$$

$$\text{अतः, } |\text{ट्रैस } A| = 2$$

प्रश्न.10. 5 अंकीय संख्याओं की संख्या, जिसके अंकों का गुणनफल 36 है, है:

A) 180

उत्तर: 180



हल: माना कि पांच अंकों की संख्या $abcde$ है।

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

स्थिति I: जब ठीक एक अंक 1 है।

इसलिए, $(2, 2, 3, 3, 1)$ के क्रमचयों की संख्या होगी $= \frac{5!}{2!2!} = 30$

स्थिति II: जब ठीक दो अंक 1 हैं।

इसलिए, $(4, 3, 3, 1, 1)$, $(6, 2, 3, 1, 1)$ या $(9, 2, 2, 1, 1)$ के क्रमचयों की संख्या होगी $= \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{2!} = 120$

स्थिति III: जब ठीक तीन अंक 1 हैं।

इसलिए, $(4, 9, 1, 1, 1)$ या $(6, 6, 1, 1, 1)$ के क्रमचयों की संख्या होगी $= \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{3!} = 30$

अतः, अभीष्ट संख्याएं $= 30 + 120 + 30 = 180$

प्रश्न.11. $y^2 = 24x$ के बिंदु (α, β) पर एक स्पर्शरेखा खींची जाती है, जो $2x + 2y = 7$ के लंबवत है। तब $(\alpha + 4, \beta + 4)$ पर अतिपरवलय $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ के अभिलंब का समीकरण है:

A) $2x + 5y = 100$

B) $2x - 5y = 100$

C) $2x + 5y = 10$

D) $2x - 5y = 10$

उत्तर: $2x + 5y = 100$

हल: दिया गया है: $y^2 = 24x$

स्पर्श रेखा की ढाल $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(\alpha, \beta)} = \frac{12}{\beta}$ है, जो $2x + 2y = 7$ के लंबवत है, इसलिए स्पर्श रेखा की ढाल होगी: $\frac{12}{\beta} = 1$

$$\Rightarrow \beta = 12$$

$$\text{अब, } \beta^2 = 24\alpha \Rightarrow \alpha = 6$$

अब हम जानते हैं कि (x_1, y_1) पर अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए अभिलंब निम्न द्वारा दिया जाता है:

$$a^2 \frac{x}{x_1} + b^2 \frac{y}{y_1} = a^2 + b^2$$

$\therefore (\alpha + 4, \beta + 4) \equiv (10, 16)$ पर अतिपरवलय $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{144} = 1$ के लिए अभिलंब है:

$$\frac{36x}{10} + \frac{144y}{16} = 180$$

$$\Rightarrow 2x + 5y = 100$$

प्रश्न.12. दो गुणोत्तर श्रेणी $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{60}$ और $4, 4^2, \dots, 4^n$ दिए गए हैं। यदि $(60 + n)$ संख्याओं का गुणोत्तर माध्य $2^{\frac{225}{8}}$ है, तब n बराबर है:

A) 20

B) 48

C) 32

D) 40

उत्तर: 20



हल: दिया गया है, दो गुणोत्तर श्रेणी $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{60}$ और $4, 4^2, \dots, 4^n$ हैं,

$$\begin{aligned} \text{और सभी पदों का गुणोत्तर माध्य} &= 2^{\frac{225}{8}} \\ \text{बाएँ पक्ष को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है,} \\ &= (2^{1+2+3+\dots+60} \times 4^{1+2+3+\dots+n})^{\frac{1}{60+n}} \\ &= (2^{30 \times 61 + n(n+1)})^{\frac{1}{60+n}} \end{aligned}$$

अब, दाएँ पक्ष के साथ तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है,
 $2^{\frac{30 \times 61 + n(n+1)}{n+60}} = 2^{\frac{225}{8}}$

$$\Rightarrow \frac{30 \times 61 + n(n+1)}{n+60} = \frac{225}{8}$$

$$\Rightarrow 8n^2 - 217n + 1140 = 0 \Rightarrow n = 20$$

प्रश्न.13. यदि p, q, r धनात्मक वास्तविक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $(p^2 + q^2)x^2 - 2q(p+r)x + q^2 + r^2 = 0$ और $x^2 - 2x - 8 = 0$ का एक मूल उभयनिष्ठ है, तो $\frac{q^2+r^2}{p^2}$ बराबर है:

- A) 272
- B) 270
- C) 240
- D) 260

उत्तर: 272

हल: दिया गया है,
 $(p^2 + q^2)x^2 - 2q(p+r)x + q^2 + r^2 = 0$

सरल करने पर, हम पाते हैं कि, $(px - q)^2 + (qx - r)^2 = 0$

$$\Rightarrow px - q = 0 \text{ और } qx - r = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{q}{p} = \frac{r}{q}$$

$$\Rightarrow x = \frac{q}{p} = \frac{r}{q} = 4 \quad [\text{क्योंकि समीकरण } x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ के मूल } 4 \text{ या } -2 \text{ हैं}]$$

चूँकि p, q, r धनात्मक हैं, इसलिए $x, 4$ होना चाहिए।

$$\text{अब, } q = 4p \text{ और } r = 4q = 16p$$

$$\text{इसलिए, } \frac{q^2+r^2}{p^2} = \frac{(4p)^2+(4 \times 4p)^2}{p^2} = 16 + 256 = 272$$

प्रश्न.14. यदि $f(x) = 3x^{10} - 7x^8 + 5x^6 - 21x^3 + 3x^2 - 10$ है, तब $265 \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^4 + 3h^2}{(f(1-h) - f(1)) \sin 5h} \right)$ बराबर है:

- A) 3

उत्तर: 3



हल:

$$\begin{aligned} & 265 \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^4 + 3h^2}{(f(1-h) - f(1)) \sin 5h} \right) \\ &= 265 \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h^4 + 3h^2)}{\frac{(f(1-h) - f(1))}{-h} \times \frac{\sin 5h}{5h} \times 5h \times (-h)} \right) \\ &= 265 \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h^2 + 3)}{f'(1^-) \times (-5)} \right) \\ &= -53 \times \frac{3}{f'(1^-)} \end{aligned}$$

दिया गया है, $f(x) = 3x^{10} - 7x^8 + 5x^6 - 21x^3 + 3x^2 - 10$

$$f'(x) = 30x^9 - 56x^7 + 30x^5 - 63x^2 + 6x$$

$$\Rightarrow f'(1^-) = 30 - 56 + 30 - 63 + 6 = -53$$

$$\therefore -53 \times \frac{3}{f'(1^-)} = 3$$

