

## 25 जुलाई 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

### जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 2

#### सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. एक प्रक्षेप्य को कोण  $\theta$  पर फेंका जाता है। यदि प्रक्षेप्य का परास, इसकेद्वारा प्राप्त अधिकतम ऊंचाई केबराबर है, तब  $\tan(\theta)$  का मान ज्ञात कीजिए।

- A) 4
- B)  $\frac{1}{4}$
- C) 2
- D)  $\frac{1}{2}$

उत्तर: 4

हल: प्रक्षेप्य का परास और अधिकतम ऊंचाई नीचे दी गई है:

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

इसलिए,

$$\text{चूंकि } H = R$$

$$\Rightarrow \tan \theta = 4$$

प्रश्न.2. एक सेकंड लोलक की लंबाई, जब यह पृथ्वी की सतह से  $2R$  की ऊंचाई पर होता है, है:

- A)  $\frac{2}{9}$  m
- B)  $\frac{1}{9}$  m
- C)  $\frac{4}{9}$  m
- D)  $\frac{5}{9}$  m

उत्तर:  $\frac{1}{9}$  m



**हल:** पृथ्वी की सतह से  $2R$  ऊंचाई पर गुरुत्वीय त्वरण होगा,

$$g' = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{gR^2}{(R+2R)^2}$$

$$= \frac{g}{9}$$

पृथ्वी की सतह पर सेकंड लोलक की लंबाई  $1 \text{ m}$  है।

चूँकि, एक लोलक का आवर्त काल निम्न द्वारा दिया जाता है:

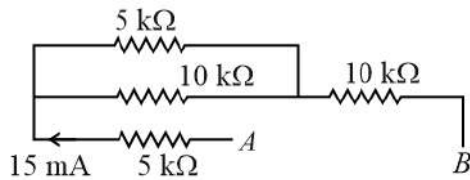
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l} \times \frac{g}{g'}}$$

$$\Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{l'}{l} \times \frac{g}{g'}}$$

$$\Rightarrow l' = \frac{l}{9} = \frac{1}{9} \text{ m}$$

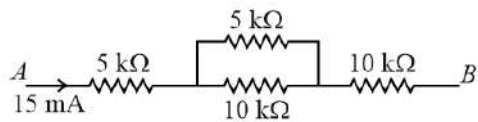
प्रश्न.3. दिखाए गए परिपथ में, बिंदु  $A$  और  $B$  के सिरो पर विभवांतर ज्ञात कीजिए :



- A) 275 V
- B) 27.5 V
- C) 40 V
- D) 30 V

**उत्तर:** 275 V

**हल:** परिपथ को निम्न रूप में पुनः बनाया जा सकता है :



इसलिए, बिंदु  $A$  और  $B$  के बीच तुल्य प्रतिरोध है :

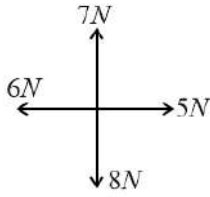
$$R_{AB} = 5 + \frac{10 \times 5}{10 + 5} + 10 = \frac{55}{3} \text{ k}\Omega$$

इसलिए,  $A$  और  $B$  के बीच विभवांतर है :

$$V_{AB} = (15 \times 10^{-3}) \times \left(\frac{55}{3} \times 10^3\right) \text{ V} = 275 \text{ V}$$



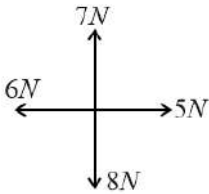
प्रश्न.4. कुल बल को शून्य बनाने के लिए आवश्यक बल ज्ञात कीजिए।



- A)  $\sqrt{2}$  N,  $45^\circ$  अक्ष के साथ  $x$ -
- B)  $\sqrt{3}$  N,  $45^\circ$  अक्ष के साथ  $x$ -
- C) 2 N,  $60^\circ$  अक्ष के साथ  $x$ -
- D) 4 N,  $30^\circ$  अक्ष के साथ  $x$ -

उत्तर:  $\sqrt{2}$  N,  $45^\circ$  अक्ष के साथ  $x$ -

हल:



, दिखाए गए बल का सदिश योग  $= (5 - 6)\hat{i} + (7 - 8)\hat{j} = (-\hat{i} - \hat{j})$  N, नेट बल को शून्य बनाने के लिए आवश्यक बल

$\vec{F} = -(-\hat{i} - \hat{j}) = (\hat{i} + \hat{j})$  N इसलिए,  $F = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$  N  $\tan \theta = \frac{1}{1} \Rightarrow \theta = 45^\circ$  पर  $x$ - अक्ष के साथ आवश्यक बल #### है।

प्रश्न.5. गतिज ऊर्जा 0.1 keV के साथ गतिमान एक इलेक्ट्रॉन क्षेत्र  $10^{-4}$  T में लंबवत रूप से प्रवेश करता है। घूर्णन की आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

- A)  $2.8 \times 10^6$  Hz
- B)  $4.1 \times 10^6$  Hz
- C)  $6.0 \times 10^6$  Hz
- D)  $7.0 \times 10^6$  Hz

उत्तर:  $2.8 \times 10^6$  Hz

हल: परिक्रमण की आवृत्ति निम्न द्वारा दी जाती है,

$$\begin{aligned} f &= \frac{qB}{2\pi m} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19}) \times 10^{-4}}{2 \times 3.14 \times (9.1 \times 10^{-31})} \\ \Rightarrow f &= 2.799 \times 10^6 \text{ Hz} \\ \Rightarrow f &\approx 2.8 \times 10^6 \text{ Hz} \end{aligned}$$

प्रश्न.6. यदि विद्युत क्षेत्र का आयाम  $B_0$  है, तो चुंबकीय क्षेत्र  $E_0 = 540$  N C $^{-1}$  का आयाम ज्ञात कीजिए।

(प्रकाश की चाल,  $c = 3 \times 10^8$  m s $^{-1}$ )

- A)  $18 \times 10^{-7}$  T



B)  $36 \times 10^{-8} \text{ T}$

C)  $18 \times 10^{-8} \text{ T}$

D)  $36 \times 10^{-7} \text{ T}$

**उत्तर:**  $18 \times 10^{-7} \text{ T}$

**हल:** विद्युत और चुंबकीय क्षेत्र के आयाम के पदों में प्रकाश की चाल को निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है,

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{E_0}{c} \\ &= \frac{540}{3 \times 10^8} \\ &= 18 \times 10^{-7} \text{ T} \end{aligned}$$

प्रश्न.7. उत्पन्न ऊष्मा में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए, यदि प्रतिरोध में प्रतिशत त्रुटि 1% है, समय में प्रतिशत त्रुटि 3% है और धारा में प्रतिशत त्रुटि 2% है।

A) 4

B) 6

C) 2

D) 8

**उत्तर:** 8

**हल:** प्रतिरोध के माध्यम से उत्पन्न ऊष्मा निम्न द्वारा दी जाती है,  $H = i^2 R t$

इसलिए, बहुत छोटे परिवर्तनों के लिए हम लिख सकते हैं,

$$\Rightarrow \frac{\Delta H}{H} \times 100 = 2 \times \frac{\Delta i}{i} \times 100 + \frac{\Delta R}{R} \times 100 + \frac{\Delta t}{t} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta H}{H} \times 100 = 4\% + 1\% + 3\%$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta H}{H} \times 100 = 8\%$$

प्रश्न.8. किसी वस्तु के भार में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात कीजिए, जब इसे पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की सतह से  $\frac{R}{4}$  ऊंचाई तक ले जाया जाता है, जो पृथ्वी की सतह से ऊपर है।

A) 16%

B) 36%

C) 25%

D) 20%

**उत्तर:** 36%



**हल:** ऊँचाई  $h$  पर गुरुत्वीय त्वरण निम्न द्वारा दिया जाता है,  $g' = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$

ऊँचाई  $\frac{R}{4}$  पर,

$$g' = \frac{g}{\left(1 + \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{16}{25}g$$

भार में परिवर्तन

$$= mg - mg'$$

$$= mg \left(1 - \frac{16}{25}\right)$$

$$= \frac{9}{25}mg$$

$$\text{प्रतिशत परिवर्तन} = \frac{9}{25} \times 100\% = 36\%$$

**प्रश्न.9.** दो कुंडली, जिनमें क्रमशः 5 फेरे और 2 फेरे हैं, ये समान धारा का वहन करती हैं। उनके संबंधित केंद्रों पर चुंबकीय क्षेत्र क्रमशः  $B_1$  और  $B_2$  है। तब  $\frac{B_1}{B_2}$  का मान है:

(दोनों कुंडलियों की त्रिज्या बराबर हैं)

A)  $\frac{5}{2}$

B)  $\frac{2}{5}$

C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{1}{5}$

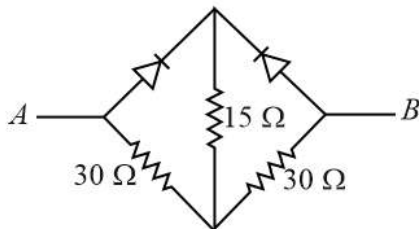
**उत्तर:**  $\frac{5}{2}$

**हल:**  $N$  फेरों वाली कुंडली के कारण चुंबकीय क्षेत्र निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$B = N \left( \frac{\mu_0 i}{2r} \right)$$

$$\text{इसलिए, } \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{5}{2}$$

**प्रश्न.10.** यदि  $A, B$  से उच्च विभव पर है, तब  $AB$  के सिरो पर तुल्य प्रतिरोध ( $\Omega$  में) \_\_\_\_\_ है।



A)  $40 \Omega$

B)  $50 \Omega$

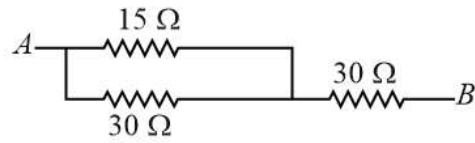
C)  $60 \Omega$

D)  $70 \Omega$

**उत्तर:**  $40 \Omega$



**हल:** यदि  $A, B$  की तुलना में एक उच्च विभव से जुड़ा हुआ है, तब बायां डायोड अग्र अभिनती में होगा और इसलिए कोई प्रतिरोध नहीं दर्शाएगा और संशोधित परिपथ नीचे दिए गए रूप में होगा।



$$R_{eq} = \left( \frac{15 \times 30}{15 + 30} \right) + 30 \Rightarrow R_{eq} = 40 \Omega$$

प्रश्न.11. एक सेल (1.2 V), एक विभवमापी में 72 cm की लंबाई पर संतुलित होता है। दूसरा सेल (1.8 V) किसी अन्य लंबाई पर संतुलित होता है। तब लंबाई में अंतर (cm में) है -

- A) 36 cm
- B) 54 cm
- C) 72 cm
- D) 18 cm

**उत्तर:** 36 cm

**हल:** सेल का विद्युत वाहक बल, संतुलन लंबाई के समानुपाती होगा।

$$\text{इसलिए, } \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2} \text{ और } l_1 = 72 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow l_2 = \frac{1.8}{1.2} \times 72 = 108 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta l = l_2 - l_1 = 108 - 72 = 36 \text{ cm}$$

प्रश्न.12. प्रोटॉन और ड्यूटेरॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य का अनुपात  $1 : \sqrt{2}$  है। उनके विभवांतर के अनुपात को ज्ञात कीजिए, जिसके माध्यम से वे त्वरित हुए थे।

- A) 4 : 1
- B) 4 : 3
- C) 3 : 4
- D) 1 : 1

**उत्तर:** 4 : 1



**हल:** रेखीय संवेग  $mv$  वाले एक कण की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य निम्न द्वारा दी जाती है,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2m(KE)}}$$

विभवांतर के माध्यम से प्राप्त गतिज ऊर्जा  $qV$  के बराबर होगी।

इसलिए,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$$

अब,

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(2m)(e)V_2}{m(e)V_1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{1}$$

प्रश्न.13. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन के  $n = 5$  से निचे आने पर प्रेक्षित होने वाली विभिन्न तरंगदैर्घ्यों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

- A) 10
- B) 5
- C) 8
- D) 15

**उत्तर:** 10

**हल:** प्रेक्षित होने वाली तरंगदैर्घ्यों की कुल संख्या निम्न द्वारा दी जा सकती है,

$${}^n C_2 = {}^5 C_2 = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

प्रश्न.14.  $10 \text{ m s}^{-1}$  की चाल से गतिशील  $200 \text{ g}$  द्रव्यमान की एक गोली, चिकने पृष्ठ पर रखे  $9.8 \text{ kg}$  द्रव्यमान के एक गुटके में अंतःस्थापित हो जाती है।  $J$  में निकाय की गतिज ऊर्जा में हानि ज्ञात कीजिए।

- A) 9.8
- B) 4.9
- C) 10
- D) 5

**उत्तर:** 9.8

**हल:** यदि गोली और गुटके का अंतिम वेग  $v$  है, तो संवेग संरक्षण को लागू करने पर,

$$mu = (m + M)v$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 10 = (0.2 + 9.8)v$$

$$\Rightarrow v = 0.2 \text{ m s}^{-1}$$

गतिज ऊर्जा में हानि होगी,

$$K_i - K_f = \left(\frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2\right) - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 0.2^2\right) = 9.8 \text{ J}$$

प्रश्न.15. यदि एक मॉडुलित तरंग का अधिकतम आयाम  $6 \text{ V}$  है और न्यूनतम आयाम  $2 \text{ V}$  है। तब मॉडुलन सूचकांक का मान ज्ञात कीजिए।

- A) 50%



B) 60%

C) 70%

D) 80%

**उत्तर:** 50%

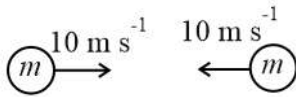
**हल:** यदि वाहक तरंग का आयाम  $A_c$  है और संदेश तरंग का आयाम  $A_m$  है,

$$A_{\text{अधिकतम}} = A_c + A_m \text{ और } A_{\text{न्यूनतम}} = A_c - A_m$$

मॉड्यूलन सूचकांक,

$$M_i = \frac{A_m}{A_c} = \frac{\frac{A_{\text{अधिकतम}} - A_{\text{न्यूनतम}}}{2}}{\frac{A_{\text{अधिकतम}} + A_{\text{न्यूनतम}}}{2}} = \frac{6-2}{6+2} = \frac{1}{2} = 50\%$$

प्रश्न.16. दो समरूप कण जिनमें से प्रत्येक का द्रव्यमान  $m = 1 \text{ kg}$  है, एक दूसरे से प्रत्यास्थ रूप से संघट्ट करते हैं। यदि संघट्ट 0.05 s के लिए होती है, तब संघट्ट का औसत बल है



A) 200 N

B) 400 N

C) 100 N

D) 300 N

**उत्तर:** 400 N

**हल:** चूंकि द्रव्यमान समान हैं और संघट्ट प्रत्यास्थ है, इसलिए संघट्ट के बाद वेग आपस में बदल जाएंगे।

एक गेंद पर आवेग,

$$J = m(10 - (-10)) = 20 \text{ N s}$$

(क्योंकि गेंद समान चाल से वापस उछलती है।)

$$F_{\text{औसत}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{20}{0.05} \text{ N}$$

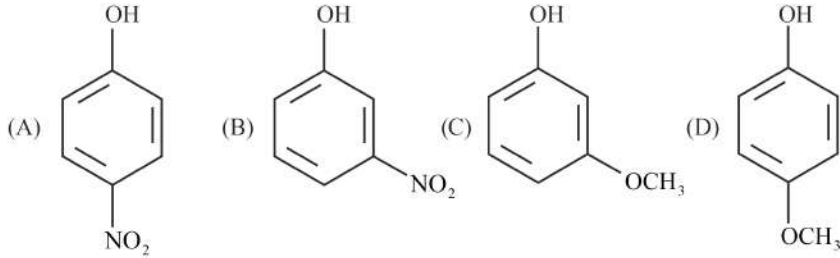
$$F_{\text{औसत}} = 400 \text{ N}$$





## सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्नलिखित में से कौन सा अम्लता का घटता हुआ सही क्रम है?

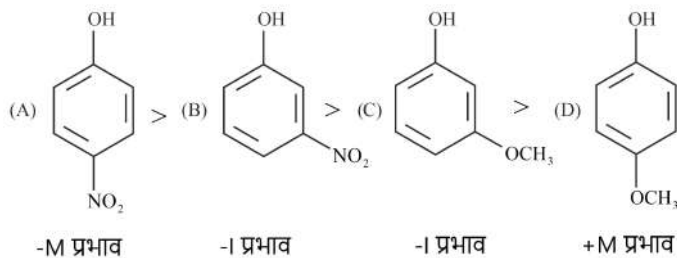


- A)  $A > B > C > D$   
B)  $B > C > A > D$   
C)  $C > A > B > D$   
D)  $D > A > B > C$

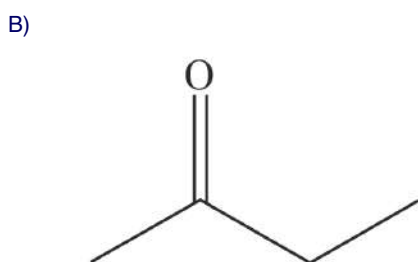
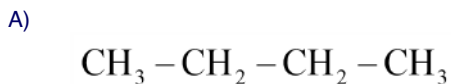
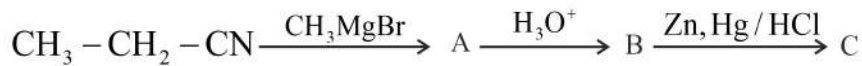
उत्तर:  $A > B > C > D$

हल: यदि संयुग्मी क्षार का स्थायित्व अधिक होता है, तो अम्लीय प्रकृति अधिक होती है। इलेक्ट्रॉन आकर्षी समूह स्थायित्व को बढ़ाता है। पैरा स्थिति पर नाइट्रो समूह  $-M$  प्रभाव दर्शाता है और मेटा स्थिति पर यह केवल  $-I$  प्रभाव दर्शाता है।

मेटा स्थिति पर मेथॉक्सी समूह,  $-I$  प्रभाव दर्शाता है, लेकिन प्रभाव नाइट्रो समूह की तुलना में कम होता है। पैरा स्थिति पर मेथॉक्सी समूह  $+M$  प्रभाव दर्शाता है जो अम्लीय प्रकृति को कम करता है।



प्रश्न.2. दी गई व्यवस्था से, C की पहचान कीजिए।





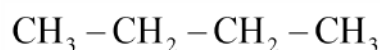
C)



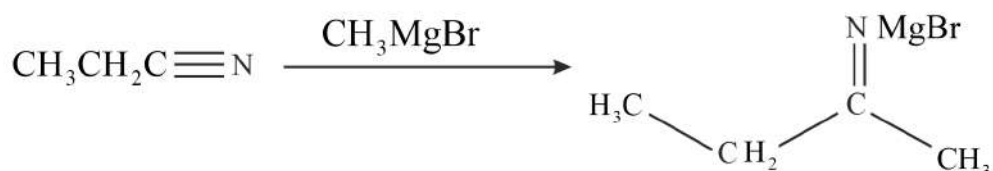
D)



उत्तर:

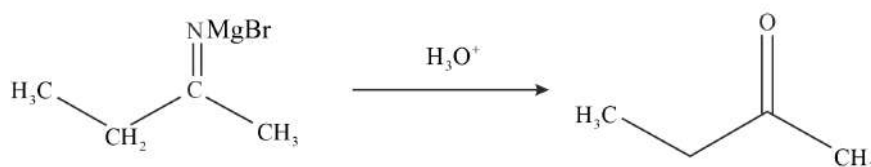


हल: सबसे पहले, इस अभिक्रिया में नाइट्राइल ग्रीन्याच अभिकर्मक के साथ अभिक्रिया करेगा। अभिक्रिया को निम्न रूप में लिखा जा सकता है:

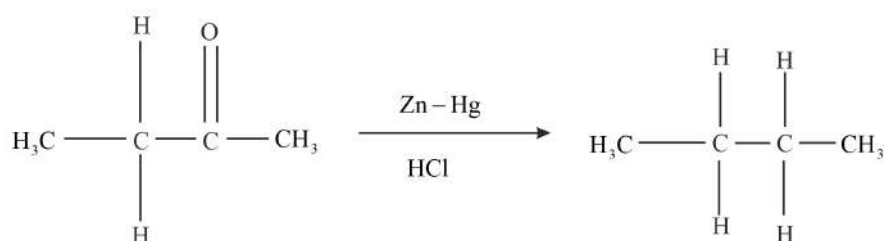


अब, इस चरण में हम देख सकते हैं कि नाइट्रोजन बंध (C – N) टूट गया है, और इसके कारण मध्यवर्ती अर्थात इमीन का निर्माण होता है। इस चरण में, Mg Br नाइट्रोजन परमाणु से जुड़ा हुआ होता है।

अब, यह अभिक्रिया आगे जलीय अम्ल की उपस्थिति के अनुसार होती है। अभिक्रिया को इस प्रकार लिखा जा सकता है:



क्लीमेंसन अभिकर्मक केवल एल्डिहाइड और कीटोन पर कार्य करता है। इसलिए, ब्यूटेन - 2 - ऑन को जिंक और हाइड्रोक्लोरिक अम्ल के साथ उपचारित करने पर यह ब्यूटेन में अपचयित हो जायेगा।



प्रश्न.3. निम्नलिखित तत्वों में से प्रथम आयनन एन्थैल्पी का सही क्रम है- Be, B, C, N, O

A)  $\text{B} < \text{Be} < \text{C} < \text{O} < \text{N}$

B)  $\text{B} < \text{Be} < \text{C} < \text{N} < \text{O}$

C)  $\text{Be} < \text{B} < \text{C} < \text{N} < \text{O}$

D)  $\text{Be} < \text{B} < \text{C} < \text{O} < \text{N}$

उत्तर:  $\text{B} < \text{Be} < \text{C} < \text{O} < \text{N}$



**हल:** जब हम एक आवर्त में बाएं से दाएं जाते हैं, तो आयनन एन्थैल्पी में वृद्धि होती है, जबकि यह एक वर्ग में नीचे जाने पर घटती है। इसलिए इसके अनुसार, क्रम होगा  $Be < B < C < N < O$  लेकिन Be और N की स्थिति में उच्च स्थायी  $2s^2$  (पूर्ण भरित कक्षक) और  $2s^2 2p^3$  (अर्ध-भरित कक्षक  $2p^3$ ) संयोजकता विन्यास के कारण दो अपवाद हैं। इसके कारण, सही क्रम है:  $B < Be < C < O < N$

प्रश्न.4. निम्नलिखित में से किस जैव अणु में 1, 2 - ग्लाइकोसिडिक बंध होता है?

- A) सूक्रोस
- B) मैनोस
- C) फ्रक्टोज
- D) लैक्टोज

**उत्तर:** सूक्रोस

**हल:** सुक्रोस, एक ग्लूकोस अणु से बना है, जो फ्रक्टोज के एक अणु से  $\alpha - 1, \beta - 2$  - ग्लाइकोसिडिक बंध जुड़ा होता है।

मैनोस, कार्बोहाइड्रेट की ऐल्डोहेक्सोस श्रेणी की एक शर्करा एकलक है। यह ग्लूकोस का एक C - 2 एपीमर है।

फ्रक्टोज, या फल शर्करा, कई पौधों में पाया जाने वाला एक कीटोनिक सरल शर्करा होता है, जहां यह प्रायः डाइसेकेराइड सुक्रोस के निर्माण के लिए ग्लूकोस से बंधित होता है।

लैक्टोज, गैलेक्टोज के एक अणु से बना होता है जो ग्लूकोस के एक अणु से जुड़ा होता है जो एक  $\beta - 1, 4$  - ग्लाइकोसिडिक बंध द्वारा ग्लूकोस के एक अणु से जुड़ा होता है। यह एक अपचायक शर्करा है जो दूध में पाई जाती है।

प्रश्न.5. वह स्थल जो अवरोधकों द्वारा अधिकृत किया गया है, जो उत्प्रेरक के सक्रिय स्थल के आकार को परिवर्तित करता है:

- A) संदमन स्थल
- B) स्पर्धी स्थल
- C) अपरस्थल
- D) सक्रिय स्थल

**उत्तर:** अपरस्थल

**हल:** कुछ औषधियाँ एंजाइम के सक्रिय स्थल से नहीं बंधती हैं। ये एंजाइम के एक अलग स्थल से जुड़े होते हैं जिसे अपरस्थल कहा जाता है। अपरस्थल पर संदमक का यह बंधन सक्रिय स्थल के आकार को इस तरह से परिवर्तित करता है कि क्रियाधार इसकी पहचान नहीं कर सकता है।

गैर - प्रतिस्पर्धी संदमक अपरस्थल पर बंधन के बाद एंजाइम के सक्रिय स्थल को परिवर्तित करता है

प्रश्न.6. निम्नलिखित तत्वों के घनत्व का सही क्रम है: (Be, Mg, Ca, Sr)

- A)  $Be > Mg > Ca > Sr$
- B)  $Ca > Mg > Be > Sr$
- C)  $Ca < Mg < Be < Sr$
- D)  $Mg < Ca < Sr < Be$

**उत्तर:**  $Ca < Mg < Be < Sr$

**हल:** वर्ग में नीचे की ओर जाने पर क्षार धातुओं का आकार बढ़ता है, इसलिए आयतन में भी वृद्धि होती है, और चूंकि आयतन घनत्व के व्युत्क्रमानुपाती होता है, लेकिन Sr और Ba की स्थिति में, आयतन में वृद्धि, द्रव्यमान में वृद्धि की तुलना में कम होती है।

इसलिए, वर्ग में नीचे जाने पर घनत्व पहले घटता है और फिर बढ़ता है।

इसलिए, घनत्व का सही क्रम इस प्रकार है: '

$Ca < Mg < Be < Sr$



प्रश्न.7. निम्नलिखित में से कौन - सा अम्लीय सामर्थ्य का सही क्रम है?

- A)  $\text{BrO}_4^- > \text{CO}_2 > \text{NO} > \text{N}_2\text{O}$   
 B)  $\text{BrO}_4^- > \text{NO} > \text{CO}_2 > \text{N}_2\text{O}$   
 C)  $\text{BrO}_4^- < \text{CO}_2 < \text{NO} < \text{N}_2\text{O}$   
 D)  $\text{BrO}_4^- < \text{N}_2\text{O} < \text{NO} < \text{CO}_2$

उत्तर:  $\text{BrO}_4^- < \text{N}_2\text{O} < \text{NO} < \text{CO}_2$

हल: परब्रोमेट आयन, परब्रोमिक अम्ल से निर्मित होता है। इसलिए, दी गई प्रजातियों में यह कम अम्लीय होता है। कार्बन डाइऑक्साइड कार्बोनिक अम्ल का ऐनहाइड्राइड है, यह दी गई स्पीशीज के बीच अधिक अम्लीय यौगिक है। नाइट्रिक ऑक्साइड और नाइट्रस ऑक्साइड, उदासीन ऑक्साइड हैं। इन ऑक्साइडों की अम्लीय सामर्थ्य की तुलना ऑक्सीकरण अवस्थाओं के आधार पर की जा सकती है। ऑक्सीकरण अवस्था जितनी अधिक होती है, अम्लीय प्रकृति उतनी ही अधिक होती है। इसलिए, नाइट्रिक ऑक्साइड, नाइट्रस ऑक्साइड की तुलना में अधिक अम्लीय होता है।

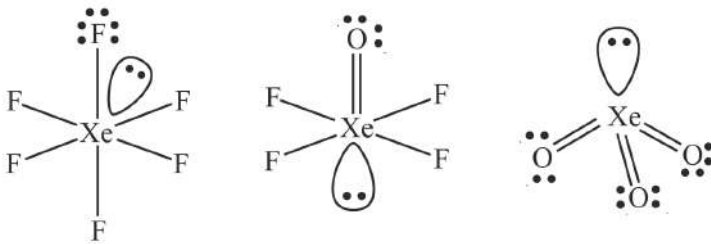
प्रश्न.8. निम्नलिखित यौगिकों में कुल एकाकी युग्म का योगफल ज्ञात कीजिए:



- A) 21  
 B) 31  
 C) 41  
 D) 51

उत्तर: 41

हल:



प्रत्येक जीनॉन में एक एकाकी युग्म होता है। प्रत्येक फ्लोरीन में तीन एकाकी युग्म होते हैं और प्रत्येक ऑक्सीजन में दो एकाकी युग्म होते हैं। इसलिए, एकाकी युग्मों की कुल संख्या =  $3(\text{Xe}) + 30(\text{F}) + 8(\text{O}) = 41$

प्रश्न.9. निम्नलिखित में से कितने ऑक्साइड अम्लीय हैं?



- A) 5  
 B) 3  
 C) 2  
 D) 1

उत्तर: 3



**हल:** ऑक्साइड को उनके अम्ल - क्षार अभिलक्षण के आधार पर अम्लीय या क्षारीय के रूप में वर्गीकृत किया जाता है। एक ऑक्साइड, जो जल के साथ संयोजित होकर एक अम्ल देता है, उसे अम्लीय ऑक्साइड कहा जाता है। ऑक्साइड जो जल में एक क्षार देता है, उसे एक क्षारीय ऑक्साइड के रूप में जाना जाता है।

$P_4O_{10}$ ,  $B_2O_3$ ,  $N_2O_5$  अम्लीय ऑक्साइड हैं।

$NO$ ,  $N_2O$  उदासीन ऑक्साइड होते हैं।

$CaO$ , क्षारीय ऑक्साइड है।

प्रश्न.10.  $H_2CrO_4 \xrightleftharpoons{K_{a1}} H^+ + HCrO_4^-$ ;  $HCrO_4^- \xrightleftharpoons{K_{a2}} H^+ + CrO_4^{2-}$ ;  $H_2CrO_4 \xrightleftharpoons{K_{a3}} 2H^+ + CrO_4^{2-}$  के लिए,  
 $K_{a1}$ ,  $K_{a2}$ ,  $K_{a3}$  के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

A)  $K_{a3} = K_{a1} + K_{a2}$

B)  $K_{a3} = \frac{K_{a1}}{K_{a2}}$

C)  $K_{a3} = K_{a1} - K_{a2}$

D)  $K_{a3} = K_{a1} \times K_{a2}$

**उत्तर:**  $K_{a3} = K_{a1} \times K_{a2}$



समीकरण (1) और समीकरण (2) को जोड़ने पर, हम समीकरण (3) प्राप्त करते हैं। इसलिए,  $K_{a3} = K_{a1} \times K_{a2}$  है।

प्रश्न.11. स्तंभ I के साथ स्तंभ II का मिलान कीजिए।

स्तंभ I		स्तंभ II	
A.	नायलॉन - 6, 6	P.	बाल्टी
B.	निम्न घनत्व पॉलिथीन	Q.	खिलौने
C.	उच्च घनत्व पॉलिथीन	R.	ब्रश की बालें
D.	टेफ्लॉन	S.	गैर - यष्टि बर्तन

A) A-R, B-Q, C-P, D-S

B) A-P, B-Q, C-R, D-S

C) A-P, B-S, C-Q, D-R

D) A-S, B-Q, C-P, D-R

**उत्तर:** A-R, B-Q, C-P, D-S

**हल:**

स्तंभ I		स्तंभ II	
A.	नायलॉन - 6, 6	R.	ब्रश की बालें
B.	निम्न घनत्व पॉलिथीन	Q.	खिलौने
C.	उच्च घनत्व पॉलिथीन	P.	बाल्टी
D.	टेफ्लॉन	S.	गैर - यष्टि बर्तन

प्रश्न.12.  $A = [Ni(en)_3]^{2+}$ ,  $B = [Ni(NH_3)_6]^{2+}$ ,  $C = [Ni(H_2O)_6]^{2+}$ , CFSE ऊर्जा का क्रम है:

A)  $B > A > C$



B)  $C > A > B$

C)  $B > C > A$

D)  $A > B > C$

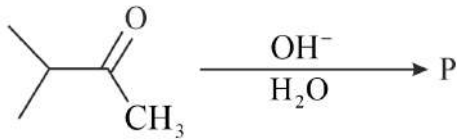
उत्तर:  $A > B > C$

हल: CFSE, लिगन्ड की विपाटन क्षमता को बढ़ाने पर बढ़ती है और लिगन्ड की विपाटन क्षमता को कम करने पर कम हो जाती है। स्पेक्ट्रमी रासायनिक श्रेणी के अनुसार लिगेण्ड की विपाटन शक्ति का क्रम निर्धारित किया जाता है।

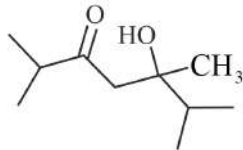


इसलिए, CFST ऊर्जा का क्रम होगा,  $A > B > C$

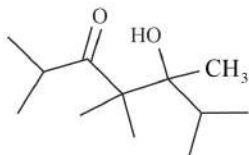
प्रश्न.13. उत्पाद P ज्ञात कीजिए।



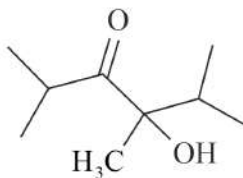
A)



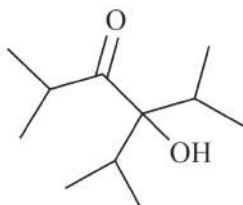
B)



C)

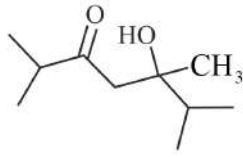


D)

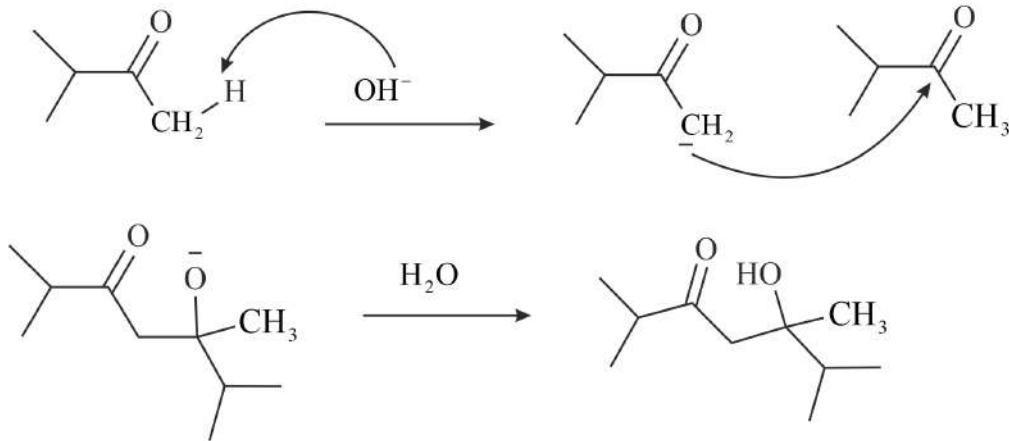




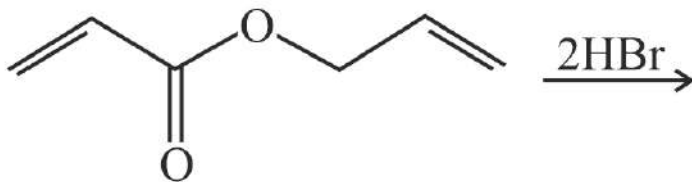
उत्तर:



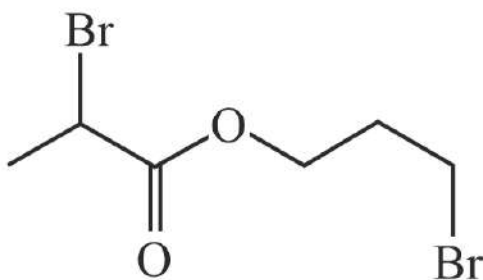
हल: यह अभिक्रिया ऐल्डॉल अभिक्रिया का एक उदाहरण है। उत्पाद का निर्माण नीचे दिया गया है।



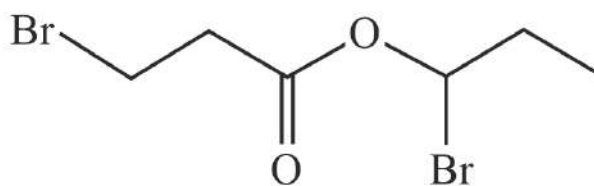
प्रश्न.14. निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प दी गई अभिक्रिया केसही उत्पाद को निरूपित करता है?



A)

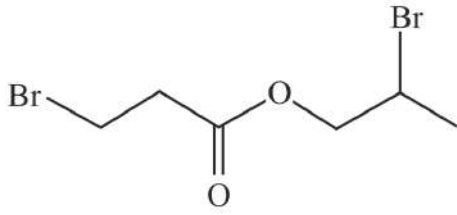


B)

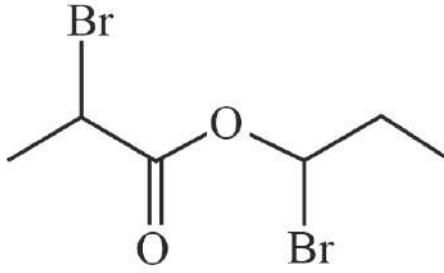




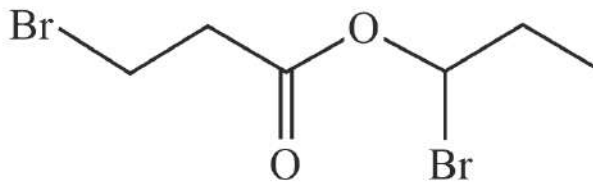
c)



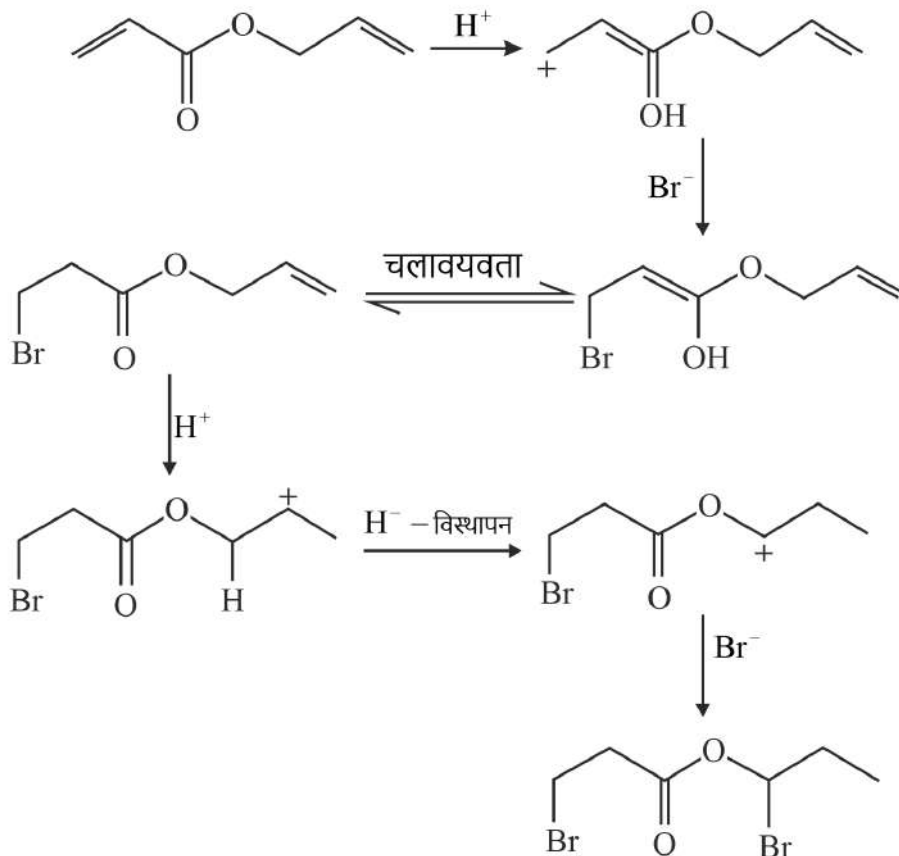
d)



उत्तर:



हल:







प्रश्न.15. निम्नलिखित का मिलान कीजिए :-

1. निकोटीन	A.	हड्डियों के लिए हानिकारक
2. सल्फेट्स	B.	मृदुविरेचक प्रभाव
3. फ्लुओराइड	C.	पीड़कनाशी
4. सोडियम आर्सेनाइट	D.	शाकनाशी

- A) 1-C, 2-A, 3-B, 4-D  
B) 1-C, 2-B, 3-A, 4-D  
C) 1-A, 2-C, 3-B, 4-D  
D) 1-A, 2-D, 3-B, 4-C

उत्तर: 1-C, 2-B, 3-A, 4-D

हल:

1. निकोटीन	C.	पीड़कनाशी
2. सल्फेट्स	B.	मृदुविरेचक प्रभाव
3. फ्लुओराइड	A.	हड्डियों के लिए हानिकारक
4. सोडियम आर्सेनाइट	D.	शाकनाशी

प्रश्न.16.  $H_2$ -परमाणु में  $4^{th}$  उत्तेजित अवस्था में एक इलेक्ट्रॉन उपस्थित होता है। जब यह निम्नतम अवस्था में जाता है, तो उत्सर्जित तरंग दैर्घ्य की अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए?

- A) 6  
B) 10  
C) 15  
D) 20

उत्तर: 10

हल: स्पेक्ट्रमी रेखाओं की अधिकतम संख्या

$$= \frac{\Delta n(\Delta n + 1)}{2}$$

$$\frac{4(4+1)}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

प्रश्न.17. उच्च शुद्धता  $H_2$  का उत्पादन किसके द्वारा किया जा सकता है?

- A) प्राकृतिक गैस पुनःसंभावन  
B) बेरियम हाइड्रॉक्साइड के गर्म विलयन का विद्युत-अपघटन  
C) प्रकाश-विद्युत रासायनिक जल विपाटन  
D) Zn के साथ क्षार का उपचार

उत्तर: बेरियम हाइड्रॉक्साइड के गर्म विलयन का विद्युत-अपघटन



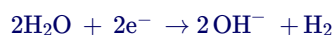
**हल:** निकैल इलेक्ट्रोड के बीच गर्म जलीय बेरियम हाइड्रॉक्साइड विलयन के विद्युत अपघटन द्वारा उच्च शुद्धता (> 99.95%) के डाइहाइड्रोजन को प्राप्त किया जाता है।

विद्युत-अपघटन में, अभिक्रिया ऐनोड और कैथोड पर होती है:-

ऐनोड पर :-

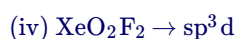
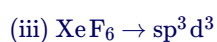


कैथोड पर :-



इसलिए, उच्च शुद्धता डाइहाइड्रोजन को गर्म जलीय बेरियम हाइड्रॉक्साइड के विद्युत-अपघटन द्वारा प्राप्त किया जाता है।

प्रश्न.18. निम्नलिखित में से किसमें यौगिकों और उनके संकरण के सभी मिलान सही हैं?



A) (i), (ii) और (iv)

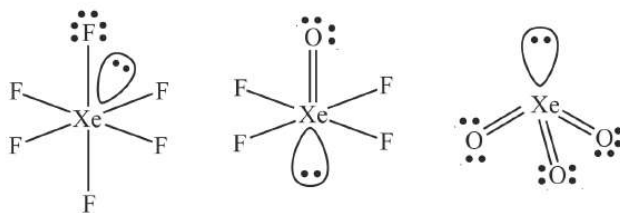
B) (i), (iii) और (iv)

C) (ii), (iii) और (iv)

D) केवल (i) और (ii)

**उत्तर:** (ii), (iii) और (iv)

**हल:**



$$\text{S.N} = \frac{1}{2}(8 + 4) = 6 = \text{sp}^3 \text{d}^2$$



$$\frac{1}{2}(8) = 4 = \text{sp}^3$$



$$\frac{1}{2}(8 + 6) = 7 = \text{sp}^3 \text{d}^3$$



$$\frac{1}{2}(8 + 2) = 5 = \text{sp}^3 \text{d}$$



### संक्शन C: गणित

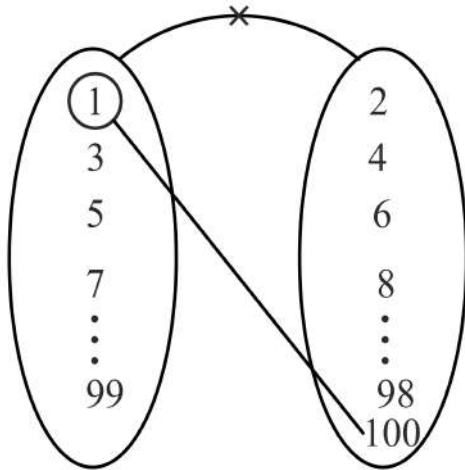
प्रश्न.1. एकैकी आच्छादी फलन  $f(1, 3, 5, 7, \dots, 99) \rightarrow (2, 4, 6, 8, \dots, 100)$  की संख्या, यदि  $f(3) > f(5) > f(7) \dots > f(99)$  है:

- A)  ${}^{50}C_1$
- B)  ${}^{50}C_2$
- C)  $\frac{50!}{2}$
- D)  ${}^{50}C_3 \times 3!$

उत्तर:  ${}^{50}C_1$

हल: दिया गया है,  $f(1, 3, 5, 7, \dots, 99) \rightarrow (2, 4, 6, 8, \dots, 100)$

अब, हम मान लेते हैं कि,  $f(1) = 100$



अब  $f(3) > f(5) > f(7) \dots > f(99)$  को व्यवस्थित करने के लिए हमारे पास केवल 1 तरीका है,

इसी प्रकार यदि हम  $f(1) = 98$  का चयन करते हैं, तब फिर से हमें  $f(3) > f(5) > f(7) \dots > f(99)$  को व्यवस्थित करने के लिए हमारे पास केवल 1 तरीका है

तो हम निम्न व्यवस्था को देख सकते हैं, जो  $f(1)$  पर निर्भर करता है,

$$f(3) > f(5) > f(7) \dots > f(99)$$

$f(1)$  को चुनने के तरीकों की संख्या  ${}^{50}C_1$  है।

प्रश्न.2.  $2 \sin \frac{\pi}{22} \sin \frac{3\pi}{22} \sin \frac{5\pi}{22} \sin \frac{7\pi}{22} \sin \frac{9\pi}{22}$  का मान बराबर है:

- A)  $\frac{1}{16}$
- B)  $\frac{5}{16}$
- C)  $\frac{7}{16}$
- D)  $\frac{3}{16}$

उत्तर:  $\frac{1}{16}$



हल: दिया गया है,  $2 \sin \frac{\pi}{22} \sin \frac{3\pi}{22} \sin \frac{5\pi}{22} \sin \frac{7\pi}{22} \sin \frac{9\pi}{22}$

अब हम जानते हैं कि  $\sin(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ , इसलिए इसका प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है  
 $\sin \frac{\pi}{22} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{22}\right) = \cos \frac{5\pi}{11}$

और इसी प्रकार  $\sin \frac{3\pi}{22} = \cos \frac{4\pi}{11}$ ,  $\sin \frac{5\pi}{22} = \cos \frac{3\pi}{11}$ ,  $\sin \frac{7\pi}{22} = \frac{2\pi}{11}$ ,  $\sin \frac{9\pi}{22} = \cos \frac{\pi}{11}$

इसलिए,  $2 \sin \frac{\pi}{22} \sin \frac{3\pi}{22} \sin \frac{5\pi}{22} \sin \frac{7\pi}{22} \sin \frac{9\pi}{22}$

$$= 2 \cos \frac{5\pi}{11} \cos \frac{4\pi}{11} \cos \frac{3\pi}{11} \cos \frac{2\pi}{11} \cos \frac{1\pi}{11}$$

$$= 2 \cos \frac{1\pi}{11} \cos \frac{2\pi}{11} \cos \frac{4\pi}{11} \cos \frac{8\pi}{11} \cos \frac{16\pi}{11}$$

{चूँकि  $\cos \frac{3\pi}{22} = -\cos\left(\pi - \frac{3\pi}{11}\right) = -\cos \frac{8\pi}{11}$  और  $\cos \frac{5\pi}{11} = -\cos \frac{16\pi}{11}$ }

$$= \frac{2 \sin \frac{\pi}{11} \cos \frac{\pi}{11} \cos \frac{2\pi}{11} \cos \frac{4\pi}{11} \cos \frac{8\pi}{11} \cos \frac{16\pi}{11}}{2 \sin \frac{\pi}{11}}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{4\pi}{11} \cos \frac{4\pi}{11} \cos \frac{8\pi}{11} \cos \frac{16\pi}{11}}{2^2 \sin \frac{\pi}{11}}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{8\pi}{11} \cos \frac{8\pi}{11} \cos \frac{16\pi}{11}}{2^3 \sin \frac{\pi}{11}}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{16\pi}{11} \cos \frac{16\pi}{11}}{2^4 \sin \frac{\pi}{11}}$$

$$= \frac{\sin \frac{32\pi}{11}}{2^4 \sin \frac{\pi}{11}}$$

$$= \frac{1}{16} \frac{\sin\left(3\pi - \frac{\pi}{11}\right)}{\sin \frac{\pi}{11}} = \frac{1}{16}$$

प्रश्न.3.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{8\sqrt{2} - 8(\sin x + \cos x)}{\sqrt{2} - \sqrt{2}\sin 2x}$  बराबर है:

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

उत्तर: 2



हल:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{8\sqrt{2} - 8(\sin x + \cos x)}{\sqrt{2} - \sqrt{2}\sin 2x}$   $\left(\frac{0}{0}\right)$  रूप

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-8(\cos x - \sin x)}{-\sqrt{2} \cdot 2 \cos 2x} \quad [\text{L ' हॉस्पिटल नियम का प्रयोग करने पर}] \left(\frac{0}{0}\right) \text{ रूप}$$
$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{8(\sin x + \cos x)}{4\sqrt{2}\sin 2x} \quad [\text{पुनः L ' हॉस्पिटल नियम लागू करने पर}]$$
$$= \frac{8\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 2$$

प्रश्न.4. यदि  $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}$  और  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$  है, तो  $P(A | B') + P(A' | B) =$

- A)  $\frac{5}{8}$
- B)  $\frac{4}{9}$
- C)  $\frac{29}{24}$
- D) 3

उत्तर:  $\frac{29}{24}$

हल: दिया गया है,  $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}$  और  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$   
इसलिए,  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{30}$

$$\text{अब, } P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{30}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{8}$$

और

$$P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{30}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{इसलिए, } P(A | B') + P(A' | B) = \frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{29}{24}$$

प्रश्न.5. मान लीजिए कि  $f(x) = [x^2 - 2x] + |5x - 7|$  है, जहाँ  $[.]$  महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है। यदि  $\left[\frac{5}{4}, 2\right]$  में  $m, f(x)$  का न्यूनतम मान हो और  $M, f(x)$  का अधिकतम मान हो, तब:

- A)  $m = -1, M = 2$
- B)  $m = 0, M = 3$
- C)  $m = -1, M = 4$
- D)  $m = -2, M = 2$

उत्तर:  $m = -1, M = 2$



हल: जब  $x \in \left[\frac{5}{4}, 2\right]$

$$x^2 - 2x \in (-1, 0]$$

$$\text{अर्थात् } [x^2 - 2x] = -1$$

अब,

$$|5x - 7| = \begin{cases} 7 - 5x & x < \frac{7}{5} \\ 5x - 7 & x \geq \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 6 - 5x & \frac{5}{4} < x < \frac{7}{5} \\ 5x - 8 & \frac{7}{5} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

इसलिए,  $x = \frac{7}{5}$  पर  $m = -1$

और  $x = 2$  पर  $M = 2$

प्रश्न.6. यदि समीकरण  $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$  ( $p < q$ ) का केवल एक वास्तविक मूल  $\alpha$  है, तो  $\alpha$  निम्न से संबंधित है:

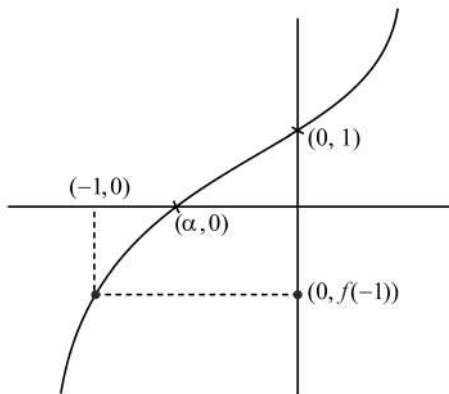
- A)  $(-2, -1)$
- B)  $(-1, 0)$
- C)  $(0, 1)$
- D)  $(1, 2)$

उत्तर:  $(-1, 0)$

हल: दिया गया है,  $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$  ( $p < q$  or  $p - q < 0$ )

अब,  $f(0) = 1$  और  $f(-1) = -1 + p - q + 1 = p - q < 0$

$\therefore f(0) > 0$  और  $f(-1) < 0$ , आलेख को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



$\therefore f(x)$  का मूल  $(-1, 0)$  केबीच होना चाहिए।

प्रश्न.7. जब  $(11)^{1011} + (1011)^{11}$  को 9 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल \_\_\_\_\_ है।

- A) 1
- B) 2
- C) 3



D) 4

उत्तर: 2

हल:  $11^{1011} = (11^3)^{327} = (9k + 8)^{327}$

जब 9 से विभाजित किया जाता है तो यह  $8^{327} = (9 - 1)^{327}$  के विभाजन के तुल्य होता है,

अर्थात् शेषफल =  $-1 + 9 = 8$

अब,  $(1011)^{11} = (9m + 3)^{11}$

जब 9 से विभाजित किया जाता है, तो यह  $3^{11} = (9)^5 \times 3$  के विभाजन के तुल्य होता है,

अर्थात् शेषफल = 3

$\therefore 11^{1011} + 1011^{11}$  का शेषफल  $\frac{8+3}{9}$  के समान है अर्थात्, 2 है।

प्रश्न.8. कथन:  $p \rightarrow$  रामू मासूम है;  $q \rightarrow$  रामू ईमानदार नहीं है;  $r \rightarrow$  रामू अमीर है

तब कथन "रामू मासूम है और ईमानदार नहीं है यदि और केवल यदि वह अमीर है" को निम्न द्वारा दर्शाया जाता है:

A)  $(p \vee q) \rightarrow r$

B)  $(p \wedge q) \rightarrow r$

C)  $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

D)  $(p \vee q) \leftrightarrow r$

उत्तर:  $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

हल:  $p \rightarrow$  रामू मासूम है

$q \rightarrow$  रामू ईमानदार नहीं है

$r \rightarrow$  रामू अमीर है

$\therefore$  रामू मासूम है और ईमानदार नहीं है को  $p \wedge q$  द्वारा दर्शाया जाता है।

इसलिए, रामू मासूम है और ईमानदार नहीं है यदि और केवल यदि वह अमीर है को  $(p \wedge q) \leftrightarrow r$  द्वारा दर्शाया जाता है।

प्रश्न.9. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  और  $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 48 & 2064 \\ 0 & 1 & 96 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  है, तब  $n + a + b$  बराबर है:

A) 24

B) 25

C) 26

D) 2736

उत्तर: 26



हल:

$$\text{दिया गया है, } A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ और } A^n = \begin{bmatrix} 1 & 48 & 2064 \\ 0 & 1 & 96 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{माना लीजिए कि } \begin{bmatrix} 0 & a & a \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = X$$

$$\text{इसलिए, } A = I + X$$

$$\text{अब, } X^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ab \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ और } X^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \text{ को हल करने पर,}$$

$$\text{अब, } A^n = (I + X)^n$$

$$= I + {}^n C_1 \cdot X + {}^n C_2 \cdot X^2 + {}^n C_3 \cdot X^3 + \dots$$

$$= I + nX + \frac{n(n-1)}{2} X^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & na & na + \frac{n(n-1)}{2} ab \\ 0 & 1 & nb \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{अब, } A^n = \begin{bmatrix} 1 & 48 & 2064 \\ 0 & 1 & 96 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

केसाथ तुलना करने पर, हम स्पष्ट रूप से देख सकते हैं,  
 $na = 48$ ,  $nb = 96$  और

$$\frac{na(nb-b)}{2} + na = 2064$$

उपरोक्त मानों को सरल करने पर, हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow b = 12, a = 6 \text{ और } n = 8$$

$$\therefore n + a + b = 12 + 6 + 8 = 26$$

प्रश्न.10. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$  और अतिपरवलय  $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\alpha^2} = 1$  की नाभि संपाती है। तब, अतिपरवलय की नाभिलम्ब जीवा है:

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8

उत्तर: 7





**हल:** यदि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  और अतिपरवलय  $\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1$  की नाभियाँ समान हैं,

तब  $ae_1 = le_2$  या  $(ae_1)^2 = (le_2)^2$  जहाँ  $e_1$  और  $e_2$  क्रमशः दीर्घवृत्त और अतिपरवलय की उत्केंद्रता हैं,

$$\text{इसलिए, } a^2 - b^2 = l^2 + m^2$$

अब दिए गए मानों को रखने पर, हम प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow 9 - 7 = \frac{1}{4} + \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{7}{4}$$

नाभिलंब जीवा की लंबाई

$$= \frac{2m^2}{l} = \frac{2\alpha^2}{\frac{1}{2}} = 4 \left( \frac{7}{4} \right) = 7$$

प्रश्न.11. आठ संख्याएँ 3, 5, 7, 2k, 12, 15, 21, 27 आरोही क्रम में हैं और यदि माध्यिका केसापेक्ष माध्य विचलन 6 है। तब आँकड़ों का माध्यक है:

A) 10

B) 12

C) 20

D) 24

**उत्तर:** 12

**हल:** हम जानते हैं कि प्रेक्षण की सम संख्या के लिए आँकड़ों का माध्यक  $\left(\frac{n}{2}\right)$  वें और  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$  वें प्रेक्षण के माध्य द्वारा दिया जाता है,

$$\text{इसलिए, दिए गए आँकड़ों का माध्यक} = \frac{2k+12}{2} = k + 6$$

अब माध्यक केसापेक्ष माध्य विचलन 6 निम्न रूप में दिया गया है,

अब सूत्र द्वारा, हमें प्राप्त होता है,

$$(M) = \frac{(k+3) + (k+1) + (k-1) + (6-k) + (9-k) + (15-k) + (21-k)}{8}$$

$$= \frac{54-2k}{8} = 6$$

$$\Rightarrow k = 6$$

$$\text{अतः, माध्यक} = k + 6 = 12$$

प्रश्न.12. वक्र  $y^2 + x^4 = x^2$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है:

A)  $\frac{2}{3}$

B)  $\frac{4}{3}$

C)  $\frac{8}{3}$

D)  $\frac{10}{3}$

**उत्तर:**  $\frac{4}{3}$



**हल:** चूँकि  $x$  और  $y$  की घात सम हैं, इसलिए  $y^2 = x^2 - x^4$ ,  $x$  और  $y$ -अक्ष पर सममित होगा।

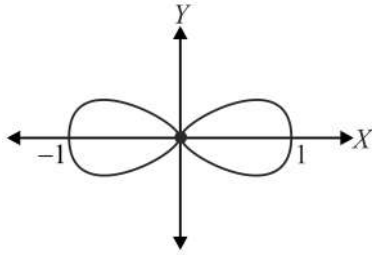
अब,  $y^2 = x^2 - x^4 = x^2(1 - x^2) = x^2(1 - x)(1 + x)$ ,  $y = 0$  पर अक्ष को स्पर्श करेगा, अर्थात्  $\Rightarrow x = 0, 1, -1$

साथ ही हम जानते हैं,

$$y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(x + 1)(1 - x) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in [-1, 1]$$

$y = \pm |x|\sqrt{1 - x^2}$  के आलेख को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



$$\begin{aligned} \text{इसलिए, अभीष्ट क्षेत्रफल} &= 4 \int_0^1 x\sqrt{1 - x^2} dx \\ &= \left[ -\frac{4(1 - x^2)^{3/2}}{3} \right]_0^1 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

प्रश्न.13. रेखाओं,  $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  और  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के बीच की न्यूनतम दूरी है:

- A)  $\frac{\sqrt{29}}{2}$
- B)  $3\sqrt{29}$
- C)  $\sqrt{29}$
- D)  $2\sqrt{29}$

**उत्तर:**  $2\sqrt{29}$



हल: दी गई रेखाएँ हैं,  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} = \lambda$  (माना) और  $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} = \mu$  (माना)

रेखाओं के सदिश रूप क्रमशः  $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ , और  $\vec{r}_2 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k})$  हैं,

$$\text{इसलिए, } \vec{a}_1 = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k},$$

$$\vec{a}_2 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{b}_1 = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}, \vec{b}_2 = 7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$$

$$\text{इसलिए, } \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} - (3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}) = -4\hat{i} - 6\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 7 & -6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}((-2) + 6) - \hat{j}(1 - 7) + \hat{k}((-6) + 14)$$

$$= 4\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k}$$

इसलिए,

$$(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) = (-4\hat{i} - 6\hat{j} - 8\hat{k}) \cdot (4\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k})$$

$$= -16 - 36 - 64$$

$$= -116$$

$$|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2| = \sqrt{(4)^2 + (6)^2 + (8)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 36 + 64}$$

$$= \sqrt{116}$$

∴ दी गई रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी है,

$$\frac{|(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)|}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|}$$

$$= \frac{|-116|}{\sqrt{116}}$$

$$= \frac{116}{\sqrt{116}} = \sqrt{116}$$

$$= 2\sqrt{29}$$

प्रश्न.14.  $\int_{-3}^{101} (\sin \pi x + e^{\cos 2\pi x}) dx$  का मान है, जहां [.] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है

A)  $\frac{52}{e}$

B)  $-52 + \frac{50}{e}$

C)  $-48 + \frac{48}{e}$

D)  $-30 + \frac{30}{e}$

उत्तर:  $\frac{52}{e}$



हल: दिया गया है,  $\int_{-3}^{101} ([\sin \pi x] + e^{\cos 2\pi x}) dx$

अब, मान लीजिए कि  $I_1 = \int_{-3}^{101} [\sin \pi x] dx$  और  $I_2 = \int_{-3}^{101} e^{\cos 2\pi x} dx$

अब  $[\sin \pi x]$  की आवर्तिता की जाँच करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$0 < x < 1 \Rightarrow [\sin \pi x] = 0$$

$$1 < x < 2 \Rightarrow [\sin \pi x] = -1$$

$[\sin \pi x] \rightarrow$  आवर्त 2 के साथ आवर्ती है

$$\text{इसलिए, } I_1 = 52 \int_0^2 [\sin \pi x] dx$$

$$= 52 \left[ \int_0^1 0 + \int_1^2 -1 dx \right] = -52$$

अब  $[\cos 2\pi x]$  की आवर्तिता की जाँच करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$0 < x < \frac{1}{4} \Rightarrow [\cos 2\pi x] = 0$$

$$\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \Rightarrow [\cos 2\pi x] = -1$$

$$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4} \Rightarrow [\cos 2\pi x] = -1$$

$$\frac{3}{4} < x < 1 \Rightarrow [\cos 2\pi x] = 0$$

इसलिए,  $[\cos 2\pi x]$  की आवर्तिता 1 है,

$$\text{इसलिए, } I_2 = 104 \left( \int_0^{\frac{1}{4}} e^0 dx + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} e^{-1} dx + \int_{\frac{3}{4}}^1 e^0 dx \right)$$

$$\Rightarrow I_2 = 104 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{e} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\Rightarrow I_2 = 52 + \frac{52}{e}$$

$$\text{इसलिए, } I_1 + I_2 = \frac{52}{e} \text{ या } \int_{-3}^{101} ([\sin \pi x] + e^{\cos 2\pi x}) dx = \frac{52}{e}$$

प्रश्न.15. मान लीजिए कि  $f(x)$  एक द्विघात बहुपद है जिसका अग्र गुणांक 1 है। यदि  $f(0) = p$ ,  $p \neq 0$ ,  $f(1) = \frac{1}{3}$  इस प्रकार है कि  $f(x) = 0$  और  $f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = 0$  में एक अभयनिष्ठ मूल है, तो  $f(-3)$  बराबर है:

A) 25

B)  $\frac{25}{2}$

C) 9

D)  $\frac{7}{2}$

उत्तर: 25



**हल:** माना कि  $f(x) = x^2 + bx + p$   
 यदि  $\alpha$  उभयनिष्ठ मूल है, तो  $f(\alpha) = 0$  और  $f(f(f(\alpha))) = 0$   
 अर्थात्,  $f(f(f(0))) = 0 \Rightarrow f(f(p)) = 0$   
 अब  $f(1) = 1 + b + p = \frac{1}{3} \Rightarrow b = -p - \frac{2}{3}$   
 $f(p) = p^2 - \left(p + \frac{2}{3}\right)p + p = \frac{p}{3}$   
 $\Rightarrow f\left(\frac{p}{3}\right) = 0$   
 अर्थात्,  $\frac{p^2}{9} - \left(p + \frac{2}{3}\right)\frac{p}{3} + p = 0 \Rightarrow p = \frac{7}{2}$  और  $b = \frac{-25}{6}$   
 इसलिए,  $f(x) = x^2 - \frac{25}{6}x + \frac{7}{2}$   
 अतः,  $f(-3) = 9 + \frac{25}{2} + \frac{7}{2} = 25$

प्रश्न.16. अवकल समीकरण,  $\frac{dy}{dx} = \frac{4y^3+2x^2y}{3y^2x+x^3}, y(1) = 1$  का हल है:

- A)  $y^3 + x^2y = 2x^4$
- B)  $3y^3 + 2x^2y = 8x^4$
- C)  $y^3 + x^2y = 8x^4$
- D)  $y^3 - x^2y = 2x^4$

**उत्तर:**  $y^3 + x^2y = 2x^4$

**हल:** दिया गया है,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y^3+2x^2y}{3y^2x+x^3}, y(1) = 1$$

चूँकि यह एक समघातीय समीकरण है, इसलिए माना कि  $y = vx$ ,

$$\text{तब } \frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore v + x \frac{dv}{dx} = \frac{4v^3+2v}{3v^2+1}$$

$$\Rightarrow x \frac{dv}{dx} = \frac{v^3+v}{3v^2+1} \Rightarrow \int \frac{3v^2+1}{v^3+v} dv = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{3v^2+1}{v^3+v} dv = \int \frac{1}{x} dx \Rightarrow \ln|v^3+v| = \ln|x| + \ln c$$

$$\Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^3 + \left(\frac{y}{x}\right) = cx$$

साथ ही दिया गया है,  $y(1) = 1$

$$\text{इसलिए, } \left(\frac{1}{1}\right)^3 + \left(\frac{1}{1}\right) = c \times 1 \Rightarrow c = 2$$

$$\therefore y^3 + x^2y = 2x^4$$

