

## 26 जून, 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

### जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

#### सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. अन्योन्य प्रेरकत्व की विमा होती है:

- A)  $ML^2T^{-2}A^{-1}$   
 B)  $ML^2T^{-2}A^{-2}$   
 C)  $ML^2T^{-1}A^{-1}$   
 D)  $ML^2T^{-3}A^{-2}$

उत्तर:  $ML^2T^{-2}A^{-2}$

हल: अन्योन्य प्रेरकत्व के लिए सूत्र निम्न द्वारा दिया जाता है,  $\varepsilon = M \frac{dI}{dt} \Rightarrow M = \frac{\varepsilon}{\left(\frac{dI}{dt}\right)}$

विद्युत वाहक बल या वोल्टता की विमा है,  $[ML^2T^{-3}A^{-1}]$ ,

धारा की विमा है,  $[A]$ ,

समय की विमा है,  $[T]$

इसलिए,  $M$  की विमा है,

$$M = \frac{[ML^2T^{-3}A^{-1}]}{[A][T]^{-1}}$$

$$= [ML^2T^{-2}A^{-2}]$$

प्रश्न.2. एक लोटनिक ठोस गोले की घूर्णी गतिज ऊर्जा और कुल गतिज ऊर्जा का अनुपात ज्ञात कीजिए?

- A)  $\frac{7}{5}$   
 B)  $\frac{2}{5}$   
 C)  $\frac{2}{7}$   
 D)  $\frac{5}{7}$

उत्तर:  $\frac{2}{7}$

हल: शुद्ध लोटनिक गति की स्थिति में:  $v = \omega R$

स्थानांतरण  $K.E = \frac{1}{2}mv^2$

घूर्णी गतिज ऊर्जा  $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mR^2 \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{5}mv^2$

कुल गतिज ऊर्जा  $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 = \frac{7}{10}mv^2$

इसलिए,  $\frac{\text{घूर्णी गतिज ऊर्जा}}{\text{कुल गतिज ऊर्जा}} = \frac{\frac{1}{5}mv^2}{\frac{7}{10}mv^2} = \frac{2}{7}$

प्रश्न.3. तरंग दैर्घ्य के बढ़ते क्रम के अनुसार विद्युत चुम्बकीय तरंगों को व्यवस्थित कीजिए।



- A)  $\lambda_{\text{गामा}} < \lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}} < \lambda_{\text{दृश्य}}$   
 B)  $\lambda_{\text{गामा}} < \lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{दृश्य}} < \lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}}$   
 C)  $\lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}} < \lambda_{\text{गामा}} < \lambda_{\text{दृश्य}}$   
 D)  $\lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}} < \lambda_{\text{दृश्य}} < \lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{गामा}}$

**उत्तर:**  $\lambda_{\text{गामा}} < \lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{दृश्य}} < \lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}}$

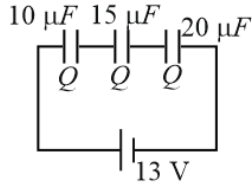
**हल:** हम जानते हैं कि,  $E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E \propto \frac{1}{\lambda}$  साथ ही,  
 $E_{\text{गामा}} > E_{\text{एक्स-किरण}} > E_{\text{दृश्य}} > E_{\text{सूक्ष्म तरंग}}$   
 इसलिए,  
 $\lambda_{\text{गामा}} < \lambda_{\text{एक्स-किरण}} < \lambda_{\text{दृश्य}} < \lambda_{\text{सूक्ष्म तरंग}}$

प्रश्न.4. तीन संधारित्र  $10 \mu\text{F}$ ,  $15 \mu\text{F}$  और  $20 \mu\text{F}$  श्रेणी में  $13 \text{ V}$  की बैटरी से जुड़े हुए हैं।  $15 \mu\text{F}$  संधारित्र पर आवेश है:

- A)  $60 \mu\text{C}$   
 B)  $70 \mu\text{C}$   
 C)  $80 \mu\text{C}$   
 D)  $90 \mu\text{C}$

**उत्तर:**  $60 \mu\text{C}$

**हल:**



जैसा कि हम जानते हैं,  $Q = CV$

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} \right)^{-1}$$

$$= \left( \frac{6+4+3}{60} \right)^{-1} = \frac{60}{13} \mu\text{F}$$

इसलिए, आवेश  $Q = \frac{60}{13} \times 13 = 60 \mu\text{C}$

जैसा कि संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हुए हैं, प्रत्येक संधारित्र पर आवेश समान होगा।

प्रश्न.5. जब वेग ( $v$ ), व्यास ( $d$ ), श्यानता ( $\eta$ ) और तरल का घनत्व ( $\rho$ ) दिया जाता है, तो रेनॉल्ड्स संख्या का संबंध निम्न में से कौन सा है?

- A)  $\frac{\rho v d}{\eta}$   
 B)  $\frac{\rho \eta d}{v}$   
 C)  $\frac{\rho \eta v}{d}$   
 D)  $\frac{\eta v d}{\rho}$

**उत्तर:**  $\frac{\rho v d}{\eta}$



**हल:** रेनॉल्ड्स संख्या निम्न द्वारा दी जाती है,  $R = \frac{\rho v d}{\eta}$  जहाँ,  $v$  = प्रवाह वेग,  $d$  = पाइप का जलीय व्यास,  $\rho$  = तरल का घनत्व और  $\eta$  = तरल का श्यानता गुणांक

प्रश्न.6. एक गेंद को  $50 \text{ m s}^{-1}$  चाल के साथ ऊपर की ओर फेंका जाता है। 2 सेकंड के बाद, एक अन्य गेंद को समान चाल से ऊपर की ओर फेंका जाता है, उस समय जब वे पहली गेंद को फेंकने के बाद, मिलेंगे।

A) 6 s

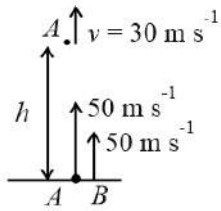
B) 2 s

C) 8 s

D) 4 s

**उत्तर:** 6 s

**हल:**



गेंद A द्वारा तय की गई दूरी है,  $h = 50(2) - \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2$   
 $= 100 - 20 = 80 \text{ m}$

अब, समय  $t = 2 \text{ s}$  पर, A का वेग है,  $v_A = 50 - 10 \times 2 = 30 \text{ m s}^{-1}$

2 s के बाद दोनों गेंदों का आपेक्षिक वेग है,  $v_{\text{rel}} = 50 - 30 = 20 \text{ m s}^{-1}$

यहाँ, आपेक्षिक विस्थापन  $x_{\text{आपेक्षिक}} = 80 \text{ m s}^{-1}$  और आपेक्षिक त्वरण  $a_{\text{आपेक्षिक}} = 0$  है।

लिया गया समय  $t = \frac{80}{20} = 4 \text{ s}$

जिस पर वे मिलेंगे उनका समय  $t = 4 + 2 = 6 \text{ s}$  है।

प्रश्न.7. किसी ग्रह से प्राप्त तरंग की आभासी तरंगदैर्घ्य  $670.7 \text{ nm}$  है और तरंग की वास्तविक तरंगदैर्घ्य  $670 \text{ nm}$  है। ग्रह किस चाल से दूर जा रहा है ज्ञात कीजिए?

A)  $2.12 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

B)  $3.13 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

C)  $4.14 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

D)  $6 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

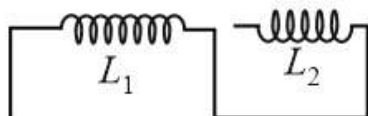
**उत्तर:**  $3.13 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

**हल:** तरंगदैर्घ्य में आभासी परिवर्तन  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$  द्वारा दिया जाता है।

$$\Rightarrow v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \times (670.7 - 670)}{670} = 3.13 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

इसलिए, ग्रह का वेग  $3.13 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$  है।

प्रश्न.8. प्रेरकत्व  $L_1$  और  $L_2$  के दो प्रेरक जुड़े हुए हैं जैसा कि दिखाया गया है। यदि उनका अन्योन्य प्रेरकत्व  $M$  है, तो संयोजन के तुल्य प्रेरकत्व का मान ज्ञात कीजिए।



A)  $L_1 + L_2 + 2M$



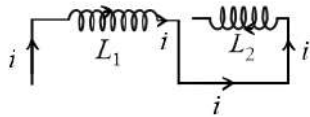
B)  $L_1 + L_2 - 2M$

C)  $\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{2}{M}$

D)  $L_1 + L_2$

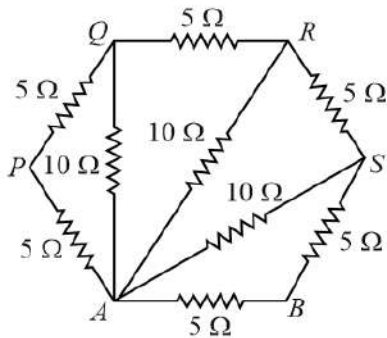
उत्तर:  $L_1 + L_2 - 2M$

हल:



चूंकि जुड़े प्रेरक श्रेणी क्रम में हैं, विपरीत दिशा में हैं, अतः चुंबकीय फ्लक्स एक दूसरे का विरोध करेगा। इसलिए,  
 $L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$

प्रश्न.9. बिंदु A और बिंदु B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



A)  $\frac{10}{3} \Omega$

B)  $5 \Omega$

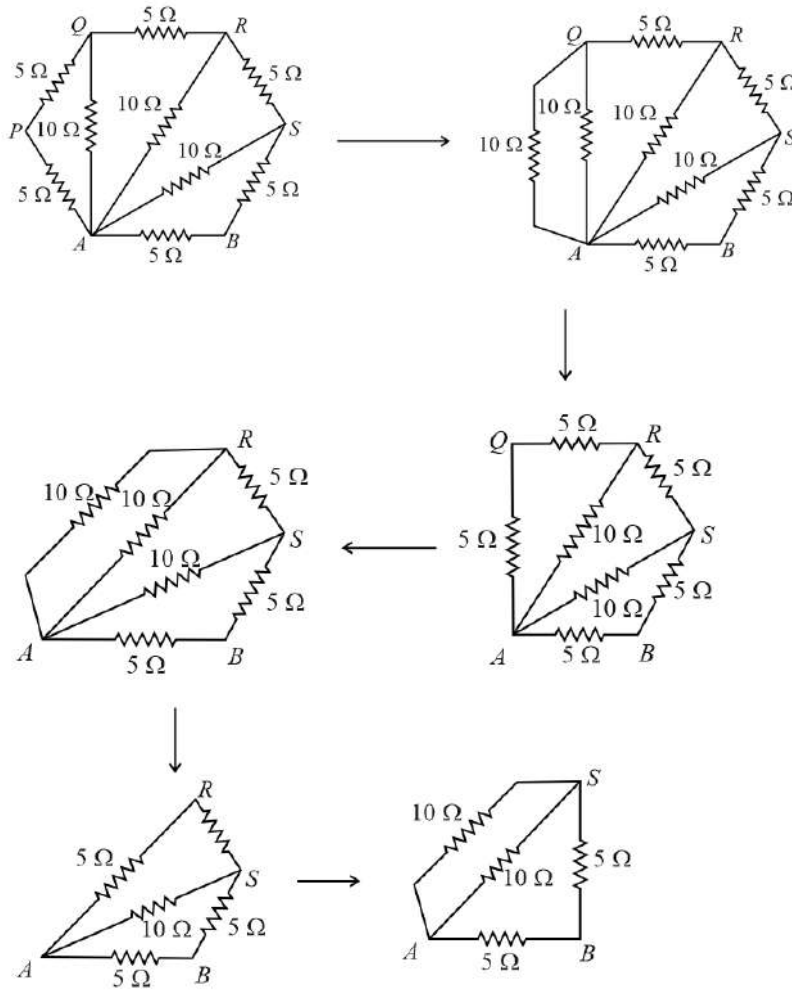
C)  $10 \Omega$

D)  $\frac{20}{3} \Omega$

उत्तर:  $\frac{10}{3} \Omega$



हल:



$$\text{इसलिए, } R_{AB} = \frac{(R_{AS}+5) \times 5}{(R_{AS}+5)+5} = \frac{(5+5) \times 5}{(5+5)+5} = \frac{10}{3} \Omega$$

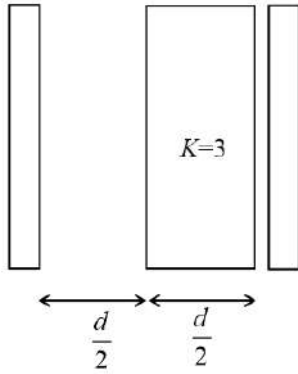
प्रश्न.10. धारिता  $4 \mu\text{F}$  के समान्तर प्लेट संधारित्र में, यदि संधारित्र की चौड़ाई के आधे के बराबर चौड़ाई के साथ एक परावैद्युत प्लेट ( $K = 3$ ) को प्रवेश कराया जाता है, तो धारिता का मान हो जाएगा:

- A)  $6 \mu\text{F}$
- B)  $8 \mu\text{F}$
- C)  $5 \mu\text{F}$
- D)  $3 \mu\text{F}$

उत्तर:  $6 \mu\text{F}$



हल:



इस समांतर प्लेट संधारित्र को दो संधारित्रों में विभाजित किया जा सकता है। एक परावैद्युत ( $C_1$ ) के साथ और दूसरा परावैद्युत ( $C_2$ ) के बिना। दोनों संधारित्र श्रेणी क्रम में होंगे।

$$\text{प्रारंभ में } C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 4 \mu\text{F}$$

$$\text{अब, } C_1 = \frac{k\epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} = \frac{2 \times 3 \times \epsilon_0 A}{d} = 24 \mu\text{F} \text{ और } C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} = \frac{2 \times \epsilon_0 A}{d} = 8 \mu\text{F}$$

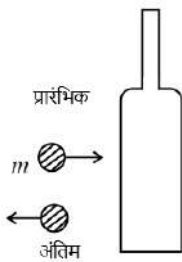
$$\text{अंत में, } C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6 \mu\text{F}$$

प्रश्न.11. बल्लेबाज उसी गति से गेंदबाज की दिशा में  $0.4 \text{ kg}$  द्रव्यमान की गेंद को मारता है, जो कि  $15 \text{ m s}^{-1}$  है। आवेग ज्ञात कीजिए।

- A)  $12 \text{ N s}$
- B)  $14 \text{ N s}$
- C)  $16 \text{ N s}$
- D)  $18 \text{ N s}$

उत्तर:  $12 \text{ N s}$

हल:



$$\text{आवेग, } J = \int F dt = \text{संवेग में परिवर्तन}$$

इसलिए,

$$\text{आवेग, } \Delta p = mv - (-mv) = 2mv = 2 \times 0.4 \times 15 = 12 \text{ N s}$$

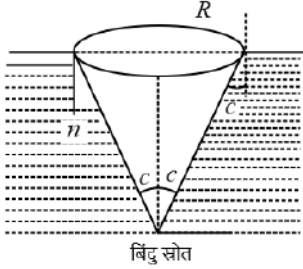
प्रश्न.12. एक बिंदु स्रोत को गहराई  $\sqrt{7} \text{ m}$  पर अपवर्तनांक  $\frac{4}{3}$  के द्रव के साथ एक झील के तल पर रखा जाता है। यदि उस वृत्त का क्षेत्रफल, जिसके माध्यम से प्रकाश आता है  $(\alpha\pi) \text{ m}^2$  है, तब  $\alpha$  का मान है:

- A) 9
- B) 7
- C) 4
- D) 3

उत्तर: 9



हल: स्नेल के नियम को लागू करने पर,  $\frac{\sin 90^\circ}{\sin C} = \mu$   
 $\Rightarrow \sin C = \frac{1}{\mu} \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}} = \frac{3}{4}$



वर्ग करने पर,  $16R^2 = 9R^2 + 9h^2$   
 $\Rightarrow 7R^2 = 9h^2$   
 $\Rightarrow R = \frac{3}{\sqrt{7}}h = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7} = 3 \text{ m}$

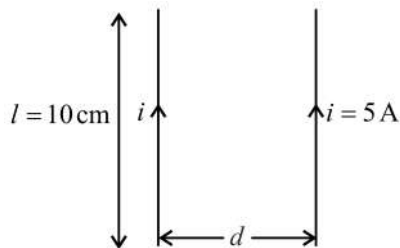
वृत्त का क्षेत्रफल है,  
 $A = \pi R^2 = \pi(3)^2 \text{ m}^2 \Rightarrow \alpha = 9$

प्रश्न.13. चुंबकीय क्षेत्र के साथ दो समांतर तार जिसमें 5 A धारा प्रवाहित हो रही है। एक तार की लंबाई 10 cm और दूसरी अनंत लंबाई की होती है। उन दोनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए, जब उनके बीच बल  $10^{-5} \text{ N}$  है।

- A) 5 cm
- B) 10 cm
- C) 6 cm
- D) 12 cm

उत्तर: 5 cm

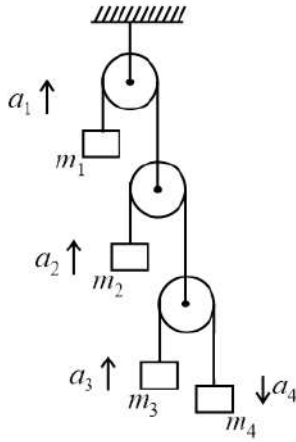
हल: दिया है,  $F = 10^{-5} \text{ N}$



तारों के बीच का बल,  $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$ , जहाँ,  $d$  उनके बीच का पृथक्करण है।  
 $\Rightarrow \frac{10^{-5}}{0.1} = \frac{2 \times 10^{-7} \times 25}{d}$   
 $\Rightarrow d = 50 \times 10^{-3} \text{ m} = 5 \text{ cm}$



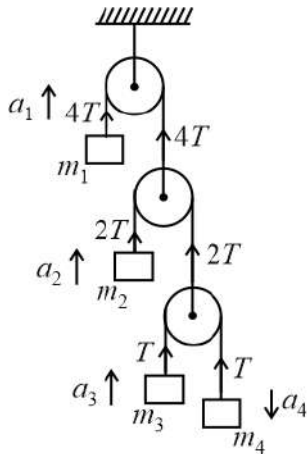
प्रश्न.14. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, द्रव्यमान  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  &  $m_4$  के गुटके घिरनी के साथ जुड़े हुए हैं। आरेख में अंकित अनुसार संबंधित त्वरण  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  &  $a_4$  के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।



- A)  $4a_1 + 2a_2 + a_3 - a_4 = 0$
- B)  $4a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$
- C)  $4a_1 - 2a_2 - a_3 + a_4 = 0$
- D)  $4a_1 + a_2 - a_3 - a_4 = 0$

उत्तर:  $4a_1 + 2a_2 + a_3 - a_4 = 0$

हल:



$$\sum \vec{T} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\Rightarrow (4T)a_1 + (2T)a_2 + Ta_3 - Ta_4 = 0$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 2a_2 + a_3 - a_4 = 0$$

प्रश्न.15. तरंग दैर्घ्य  $4500 \text{ \AA}$  का एक प्रकाश प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन का कारण बनता है। इन इलेक्ट्रॉनों को फिर इलेक्ट्रॉन के वेग केलंबवत  $2 \text{ mT}$  के चुंबकीय क्षेत्र में भेज दिया जाता है। अधिकतम त्रिज्या, जिसमें इलेक्ट्रॉन परिक्रमण करता है,  $2 \text{ mm}$  है। धातु का कार्य फलन ज्ञात कीजिए।

- A)  $2.3 \text{ eV}$
- B)  $4.3 \text{ eV}$
- C)  $1.3 \text{ eV}$
- D)  $3.2 \text{ eV}$





उत्तर: 1.3 eV

हल: आइंस्टाइन के प्रकाश विद्युत समीकरण से,

$$K = \frac{hc}{\lambda} - \phi \Rightarrow \phi = \frac{hc}{\lambda} - K$$

$$\text{अब, } R = \frac{mv}{Bq} \Rightarrow v = \frac{RBq}{m} \Rightarrow K = \frac{R^2 B^2 q^2}{2m}$$

इसलिए,

$$\phi = \frac{hc}{\lambda} - \frac{R^2 B^2 q^2}{2m} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4500 \times 10^{-10}} - \frac{(2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}}$$

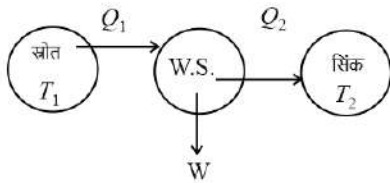
$$\Rightarrow \phi = (4.42 - 2.25) \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{2.27}{1.6} \text{ eV} = 1.3 \text{ eV}$$

प्रश्न.16. ठंडे ऊष्मा भंडार का तापमान 324 K था और गर्म ऊष्मा भंडार द्वारा दी गई ऊष्मा 300 J थी। यदि सिंक को दी जाने वाली ऊष्मा 180 J थी, तो तप्त भंडार का तापमान ज्ञात कीजिए।

- A) 540 K
- B) 440 K
- C) 624 K
- D) 354 K

उत्तर: 540 K

हल:



संबंध का उपयोग करते हुए,  $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\text{या } \frac{180}{300} = \frac{324}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{324 \times 300}{180} = 540 \text{ K}$$

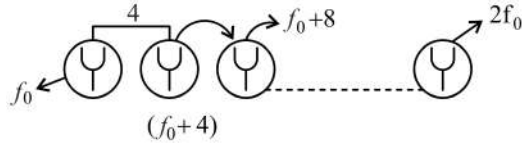
प्रश्न.17. 20 स्वरित्र द्विभुजों को आवृत्ति के बढ़ते क्रम में इस तरह से व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक स्वरित्र द्विभुज पिछले स्वरित्र द्विभुज के साथ 4 विसंद उत्पन्न करता है। यदि अंतिम स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति पहले स्वरित्र द्विभुज से दोगुनी है, तब अंतिम स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति है:

- A) 152 Hz
- B) 176 Hz
- C) 126 Hz
- D) 142 Hz

उत्तर: 152 Hz



हल:



प्रत्येक स्वरित्र द्विभुज प्रति सेकंड 4 विस्पंद उत्पन्न करता है, इसका अर्थ है कि प्रत्येक स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति, पिछले स्वरित्र द्विभुज की तुलना में 4 Hz अधिक है।

संबंध  $f_{\text{अंतिम}} = f_{\text{पहले}} + (N - 1)x$  का उपयोग करते हुए, यहाँ,  $N$  श्रेणी में स्वरित्र द्विभुज की संख्या है और  $x$  दो क्रमिक स्वरित्रों के बीच विस्पंद आवृत्ति है।

$$2f_0 = f_0 + (20 - 1)4$$

$$\Rightarrow 2f_0 = f_0 + 76$$

$$\Rightarrow f_0 = 76 \text{ Hz}$$

अंतिम स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति 152 Hz है।

प्रश्न.18. 2 cm त्रिज्या की प्रत्येक 64 छोटी गेंदों का पृष्ठीय आवेश घनत्व  $5 \mu\text{C m}^{-2}$  है, को एक बड़ी गेंद बनाने के लिए विलीन किया जाता है, तब बड़ी गेंद के पृष्ठीय आवेश घनत्व का छोटी गेंद द्वारा अनुपात ज्ञात कीजिए।

- A) 4 : 1
- B) 2 : 1
- C) 16 : 1
- D) 8 : 1

उत्तर: 4 : 1

हल: कुल आयतन नियत होगा। इसलिए,

$$n \left( \frac{4\pi}{3} r^3 \right) = \frac{4\pi}{3} R^3 \Rightarrow 64 \frac{1}{3} r = R \Rightarrow R = 4r$$

$$\text{अंतिम पृष्ठीय आवेश घनत्व } \sigma' = \frac{n\sigma_0 4\pi r^2}{4\pi R^2} = \frac{64 \times \sigma_0 r^2}{16r^2} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma_0} = \frac{4}{1}$$

प्रश्न.19. एक समान चुंबकीय क्षेत्र  $B = 2 \times 10^5 \text{ T}$  में एक कोण  $\theta = 60^\circ$  द्वारा द्विध्रुव आघूर्ण  $M = 14 \times 10^{-5} \text{ A m}^2$  के एक चुंबकीय द्विध्रुव को घूर्णन कराने में किया गया कार्य (प्रारंभ में द्विध्रुव को क्षेत्र के साथ संरेखित किया जाता है) है:

- A) 7 J
- B) 14 J
- C) 28 J
- D) 21 J

उत्तर: 14 J

हल: बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य, स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर है,

$$W_{\text{ext}} = \Delta U = U_f - U_i$$

$$\Rightarrow W_{\text{ext}} = -MB \cos \theta_2 + MB \cos \theta_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{ext}} = MB (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{ext}} = 14 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^5 (\cos 0^\circ - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow W_{\text{ext}} = 14 \times 2 \times \frac{1}{2} = 14 \text{ J}$$

प्रश्न.20. अभिकथन: जैसे - जैसे हम ध्रुव से भूमध्य रेखा की ओर बढ़ते हैं, गुरुत्वीय त्वरण का परिमाण समान होता है और हमेशा पृथ्वी के केंद्र की ओर इंगित होता है। कारण: भूमध्य रेखा पर, गुरुत्वीय त्वरण पृथ्वी के केंद्र की ओर इंगित होता है।

- A) कथन और कारण दोनों सही हैं और कारण, कथन की सही व्याख्या है।
- B) कथन और कारण दोनों सही हैं, लेकिन कारण, कथन की सही व्याख्या नहीं है।



C) अभिकथन सत्य है और कारण असत्य है।

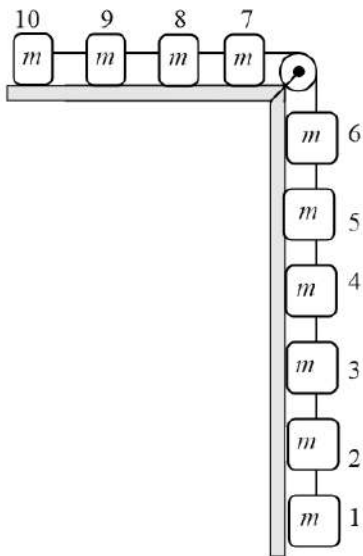
D) अभिकथन असत्य है और कारण सत्य है।

**उत्तर:** अभिकथन असत्य है और कारण सत्य है।

**हल:** जब हम भूमध्य रेखा से ध्रुव की ओर जाते हैं, तो प्रभावी  $g$  का मान बढ़ जाता है, क्योंकि भूमध्य रेखा पर पृथ्वी की घूर्णी गति और इसके परिणामस्वरूप अपकेंद्रीय बल के कारण इसका मान कम होता है।

इसके अलावा, पृथ्वी की भूमध्य रेखा, ध्रुवों की तुलना में पृथ्वी के केंद्र से एक बड़ी दूरी पर है। यह एक अन्य कारण है, इसलिए  $g$  भूमध्य रेखा की तुलना में ध्रुव पर अधिक होता है। भूमध्य रेखा पर, गुरुत्वीय खिंचाव और अपकेंद्रीय बल की दिशा एक ही रेखा में होती है, इसलिए कुल बल पृथ्वी के केंद्र की ओर होता है।

प्रश्न.21. एक घर्षण रहित मेज पर रखे गए डोरी से जुड़े 7<sup>वें</sup> & 8<sup>वें</sup> गुटकों के बीच तनाव ज्ञात कीजिए जैसा कि नीचे चित्र में दिखाया गया है। (दिया गया है,  $m = 2 \text{ kg}$  और  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ )।



A) 36 N

B) 38 N

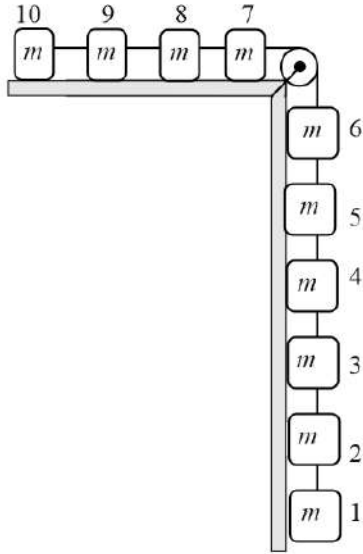
C) 40 N

D) इनमें से कोई नहीं।

**उत्तर:** 36 N



हल:



त्वरण,  $a = \frac{\text{कुल खिंचाव बल}}{\text{कुल द्रव्यमान}}$

$$a = \frac{6mg}{10m} = \frac{6g}{10} = 6 \text{ m s}^{-2}$$

गुटके 8, 9 & 10 को निकाय के रूप में मानते हुए, गुटके 7 और 8 के बीच तनाव को इस प्रकार लिखा जा सकता है,

$$\begin{aligned} T_{7,8} &= (3m) \times a \\ &= 3 \times 2 \times 6 = 36 \text{ N} \end{aligned}$$



## सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्नलिखित में से कौन सा जल में विलेय विटामिन आसानी से उत्सर्जित नहीं किया जा सकता है?

- A) B<sub>1</sub>
- B) B<sub>2</sub>
- C) B<sub>6</sub>
- D) B<sub>12</sub>

उत्तर: B<sub>12</sub>

हल: B समूह विटामिन और विटामिन C जल में विलेय होते हैं, इसलिए उन्हें एक साथ वर्गीकृत किया जाता है। जल में विलेय विटामिन की आपूर्तिनियमित रूप से आहार में की जानी चाहिए क्योंकि ये मूत्र में आसानी से उत्सर्जित हो जाते हैं और हमारे शरीर में संग्रहित नहीं किए जा सकते हैं (विटामिन B<sub>12</sub> को छोड़कर)।

इसका अर्थ है कि विटामिन B<sub>12</sub> को आसानी से उत्सर्जित नहीं किया जा सकता है।

प्रश्न.2. संपीडित गैस का 6.1 g, ऑक्सीजन गैस के 208 g के साथ आपूर्तिकिया जाता है। CO<sub>2</sub> और H<sub>2</sub>O को बहुत अधिक ऊष्मा के साथ उत्पादित किया जाता है। ग्राम में कितनी CO<sub>2</sub> (ग्राम में) गैस का उत्पादन किया जाता है?

(मेथेन के रूप में CNG पर विचार कीजिए)

- A) 34 g
- B) 17 g
- C) 6 g
- D) 12 g

उत्तर: 17 g

हल:  $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + \text{ऊष्मा}$

$$\text{CH}_4 \text{ के मोल} = \frac{6.1}{16} = 0.38$$

$$\text{O}_2 \text{ के मोल} = \frac{208}{32} = 6.5$$

CH<sub>4</sub> सीमांत अभिकर्मक है।

$$\text{इसलिए, निर्मित CO}_2 \text{ के मोल} = \frac{6.1}{16}$$

$$\text{निर्मित CO}_2 \text{ का भार} = \frac{6.1}{16} \times 44 = 16.775 \approx 17 \text{ g}$$

प्रश्न.3. एक नाभिक में 2 प्रकार के रेडियोधर्मी क्षय होते हैं। पहले की अर्ध-आयु 3 घंटे है और दूसरे की अर्ध-आयु 4.5 घंटे है। घंटों में नाभिक की समग्र अर्ध-आयु की गणना कीजिए।

- A) 0.56 घंटे
- B) 3.75 घंटे
- C) 2.23 घंटे
- D) 1.80 घंटे

उत्तर: 1.80 घंटे



हल:  $\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}$

समांतर अभिक्रिया केलिए,

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\left(t_{\frac{1}{2}}\right)_1} + \frac{1}{\left(t_{\frac{1}{2}}\right)_2}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4.5}$$

$$\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{7.5}{3 \times 4.5}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{9}{5}$$

$$= 1.8 \text{ घंटा}$$

प्रश्न.4. निम्नलिखित में से केंद्रीय परमाणु पर दो एकाकी युग्म रखने वाले अणुओं की संख्या है:



A) 1

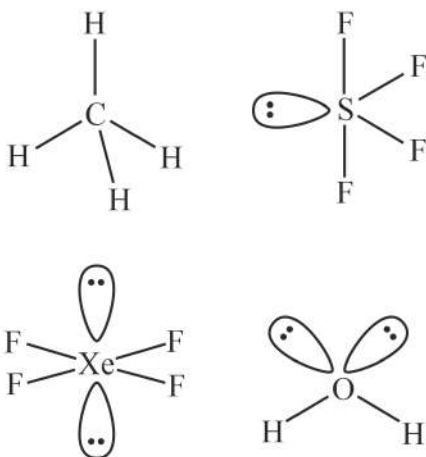
B) 2

C) 3

D) 4

उत्तर: 2

हल:



जैसा कि हम  $\text{XeF}_4, \text{H}_2\text{O}$  संरचनाओं से देख सकते हैं, जिसमें केंद्रीय परमाणु पर दो एकाकी युग्म होते हैं।

प्रश्न.5. 4s कक्षक में त्रिज्य नोड और कोणीय नोड का योगफल है:

A) 1

B) 3

C) 2

D) 4



उत्तर: 3

हल: त्रिज्य नोड =  $n - 1 - 1$

कोणीय नोड = 1

इसलिए, कुल नोड =  $n - 1 = 4 - 1 = 3$

4s कक्षक में केवल 3 त्रिज्य नोड होंगे, इस कक्षक में कोई कोणीय नोड नहीं होगा।

प्रश्न.6. इलेक्ट्रॉनों की विषम संख्या वाले नाइट्रोजन परमाणु का चयन कीजिए।

A)  $N_2O_5$

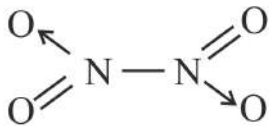
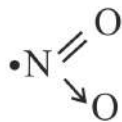
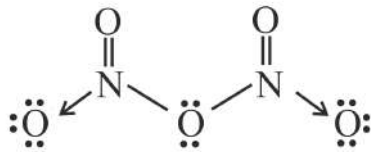
B)  $NO_2$

C)  $N_2O$

D)  $N_2O_4$

उत्तर:  $NO_2$

हल:



जैसा कि हम देख सकते हैं कि केवल  $NO_2$  में एक विषम इलेक्ट्रॉन है।

प्रश्न.7. निम्नलिखित में से कौनसा ज्वाला परीक्षण नहीं देगा?

A) Ca

B) Ba

C) Sr

D) Be

उत्तर: Be

हल: बेरिलियम और मैग्नीशियम के इलेक्ट्रॉनों को ज्वाला द्वारा उत्तेजित होने के लिए बहुत प्रबल रूप से परिबद्ध किया जाता है। इसलिए, ये तत्व ज्वाला को कोई भी रंग प्रदान नहीं करते हैं। Ca, Sr और Ba के लिए ज्वाला परीक्षण ज्वाला प्रकाशमिति द्वारा गुणात्मक विश्लेषण और आकलन में इनकी पहचान करने में सहायक होता है।



प्रश्न.8. निम्नलिखित में से कौन सी एक उपधातु है?

- A) Bi
- B) Sc
- C) Te
- D) Hg

उत्तर: Te

हल: Te छह सामान्य रूप से पहचान की जाने वाली उपधातुएं, बोरॉन, सिलिकॉन, जर्मेनियम, आर्सेनिक, ऐन्टिमनी, और टेल्यूरियम हैं। अन्य सभी विकल्प धातुएँ हैं।

प्रश्न.9. 40% HI, 300 K पर H<sub>2</sub> और I<sub>2</sub> में अपघटित हो जाता है।  $\Delta G^\circ$  के मान की जूल में गणना कीजिए।

- A) 5483
- B) 3645
- C) 5240
- D) 8430

उत्तर: 5483

हल:  $2\text{HI} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{I}_2$

$$t = 0 \\ t = t - \alpha \frac{\alpha}{2} \frac{\alpha}{2}$$

$$K_c = \frac{[\text{H}_2][\text{I}_2]}{[\text{HI}]^2} = \frac{\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\alpha}{2}}{(1-\alpha)^2}$$

$$40\% \text{ वियोजन होता है, इसलिए, } \alpha = 0.4 \quad K_c = \frac{\frac{0.4}{2} \cdot \frac{0.4}{2}}{(1-0.4)^2} = \frac{(0.2)^2}{(0.6)^2} = 0.11$$

$$\Delta G^\circ = -2.303 RT \log k_c \\ = -2.303 \times 8.314 \times 300 \times \log 0.11 \\ = 5483.3 \text{ जूल}$$

प्रश्न.10. निम्नलिखित में से कौन सा बेन्जीनसल्फोनिल क्लोराइड के साथ सही नहीं है?

- A) यह हिंसबर्ग अभिकर्मक है।
- B) यह द्वितीयक ऐमीन के साथ एक अवक्षेप का निर्माण करता है जो क्षार के साथ विलेय हो जाता है।
- C) इसका उपयोग प्राथमिक, द्वितीयक और तृतीयक ऐमीन को विभेदित करने के लिए किया जाता है।
- D) यह तृतीयक ऐमीन के साथ अभिक्रिया नहीं करता है।

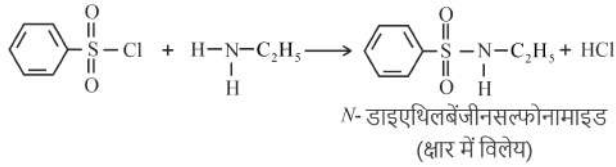
उत्तर: यह द्वितीयक ऐमीन के साथ एक अवक्षेप का निर्माण करता है जो क्षार के साथ विलेय हो जाता है।



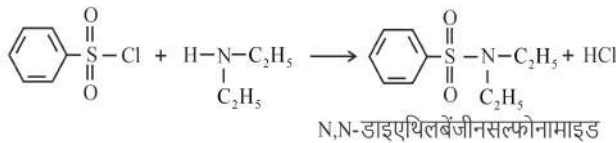


**हल:** बेन्जीनसल्फोनिल क्लोराइड ( $C_6H_5SO_2Cl$ ), जिसे हिंसबर्ग अभिकर्मक के रूप में भी जाना जाता है, जो प्राथमिक और द्वितीयक ऐमीन के साथ अभिक्रिया करके सल्फोनामाइड का निर्माण करता है।

प्राथमिक ऐमीन के साथ बेन्जीनसल्फोनिल क्लोराइड की अभिक्रिया से N - एथिलबेन्जीनसल्फोनिल ऐमाइड का उत्पादन होता है।



द्वितीयक ऐमीन के साथ अभिक्रिया में, N, N - डाइएथिलबेन्जीनसल्फोनामाइड का निर्माण होता है।



तृतीयक ऐमीन, बेन्जीनसल्फोनिल क्लोराइड के साथ अभिक्रिया नहीं करती हैं।

प्रश्न.11. जल के निम्नलिखित प्रतिदर्श में से कौन सा प्रदूषित है:

प्रतिदर्श	BOD - मान
1	4
2	18
3	21
4	3

- A) 1, 2  
B) 2, 3  
C) 2, 4  
D) 3, 4

**उत्तर:** 2, 3

**हल:** जल के एक प्रतिदर्श के एक निश्चित आयतन में उपस्थित कार्बनिक पदार्थ को विखंडित करने के लिए जीवाणु द्वारा आवश्यक ऑक्सीजन की मात्रा को जैव रासायनिक ऑक्सीजन मांग (BOD) कहा जाता है। जल में BOD की मात्रा जल में कार्बनिक पदार्थ की मात्रा का एक माप है, यह इस बात के संदर्भ में है कि इसे जैविक रूप से तोड़ने के लिए ऑक्सीजन की कितनी मात्रा की आवश्यकता होगी। स्वच्छ जल के BOD का मान 5 ppm से कम होता है, जबकि अत्यधिक प्रदूषित जल का BOD मान 17 ppm या उससे अधिक हो सकता है।

दिए गए प्रतिदर्श में से, प्रतिदर्श संख्या 2 और 3 प्रदूषित हैं।

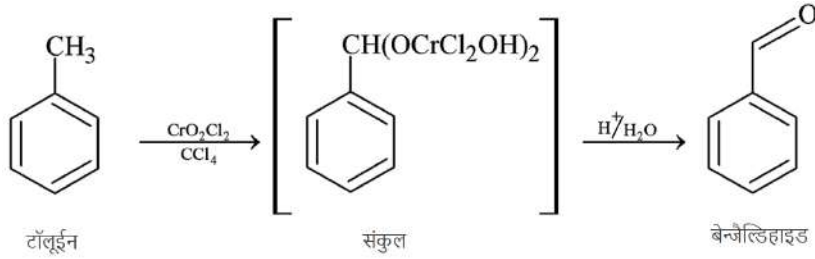
प्रश्न.12. निम्नलिखित में से किस अभिकर्मक द्वारा टॉलूईन को आसानी से बेन्जैल्डिहाइड में परिवर्तित किया जा सकता है?

- A)  $CO$ ,  $HCl$ ,  $Anhyd. AlCl_3$   
B) एसीटिक अम्ल,  $CS_2$   
C) (i)  $CCl_4$ , क्रोमिल क्लोराइड (ii)  $H_3O^+$   
D)  $H_2$ ,  $Pd/BaSO_4$

**उत्तर:** (i)  $CCl_4$ , क्रोमिल क्लोराइड (ii)  $H_3O^+$



**हल:** क्रोमिल क्लोराइड की उपस्थिति में, टॉलूईन को बेन्जैल्डिहाइड में ऑक्सीकृत किया जाता है। इस अभिक्रिया को ईटाईड अभिक्रिया कहा जाता है।



प्रश्न.13. निम्नलिखित में से कौन सा तत्व +3 ऑक्सीकरण अवस्था से विचलित होने की सबसे अधिक संभावना है?

- A) La
- B) Ce
- C) Lu
- D) Gd

**उत्तर:** Ce

**हल:** Ce का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास =  $[\text{Xe}] \underbrace{4f^1 5d^1 6s^2}_{-4e^-} [\text{Xe}]$

सीरियम स्थायी जीनॉन विन्यास के कारण +4 ऑक्सीकरण अवस्था में होता है। La, Lu और Gd +3 ऑक्सीकरण अवस्था में स्थायी होते हैं।

प्रश्न.14. वायु की उपस्थिति में,  $\text{NH}_3$  के आधिक्य के साथ  $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$  की अभिक्रिया द्वारा निर्मित यौगिक के  $t_{2g}$  कक्षक में इलेक्ट्रॉनों की संख्या है:

- A) 4
- B) 6
- C) 3
- D) 2

**उत्तर:** 6

**हल:**  $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+} + 6\text{NH}_3 \xrightarrow{\text{वायु}} [\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+} + 6\text{H}_2\text{O} + e^-$

$[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$  का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास =  $t_{2g}^6 e_g^0$

वायु  $\text{Co}(\text{II})$  को  $\text{Co}(\text{III})$  में ऑक्सीकृत करती है।

प्रश्न.15. एक ठोस  $\text{A}_x\text{B}_y$  में ccp संरचना है। A, ccp का निर्माण करता है और B, सभी अष्टफलकीय रिक्तियों में उपस्थित होता है। यदि परमाणुओं 'A' को दो विपरीत फलकों से निष्कासित कर दिया जाता है, तब x होगा:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6

**उत्तर:** 3



**हल:** A ccp संरचना का निर्माण करता है जिसका अर्थ है प्रति एकक कोष्ठिका A परमाणुओं की संख्या  $\rightarrow 4$

B परमाणु प्रति एकक कोष्ठिका  $\rightarrow 4$  (अष्टफलकीय रिक्तियां), क्योंकि अष्टफलकीय रिक्तियों की संख्या प्रति एकक कोष्ठिका में परमाणुओं की संख्या के बराबर होगी।

$$\text{निष्कासित } A = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{शेष } A = 4 - 1 = 3$$

सूत्र  $A_3B_4$  का निर्माण होता है।

$$x = 3$$

प्रश्न.16. निम्नलिखित का मिलान कीजिए:

	एंजाइम		प्रकार्य
i	इन्वर्टेज	a	स्टार्च से माल्टोस
ii	माल्टेज	b	माल्टोस से ग्लूकोस
iii	जाइमेस	c	शर्करा से एथेनॉल
iv	डायस्टेज	d	ईक्षु शर्करा का प्रतिलोमन

A) i - d, ii - b, iii - c, iv - a

B) i - b, ii - a, iii - d, iv - c

C) i - c, ii - d, iii - a, iv - b

D) i - d, ii - a, iii - c, iv - b

**उत्तर:** i - d, ii - b, iii - c, iv - a

**हल:** इन्वर्टेज सुक्रोस से ग्लूकोस और फ्रक्टोज में रूपांतरण में मदद करता है।

जाइमेज, ग्लूकोस या फ्रक्टोज को एथिल एल्कोहॉल में परिवर्तित करने को उत्प्रेरित करता है।

डायस्टेज एक स्टार्च जल अपघटित एंजाइम है जो जटिल कार्बोहाइड्रेट (पॉलिसैकेराइड, अर्थात स्टार्च) को सरल कार्बोहाइड्रेट (मोनोसैकेराइड, अर्थात सरल शर्करा जैसे ग्लूकोस) में विघटित कर देता है।

माल्टेज, माल्टोस को ग्लूकोस में परिवर्तित करने को उत्प्रेरित करता है।

प्रश्न.17. एक विद्युत रासायनिक सेल में  $E_{A^{2+}/A}^{\circ} = -0.33 \text{ V}$ ,  $E_{B/B^{2+}}^{\circ} = 0.50 \text{ V}$  होता है।  $\Delta G^{\circ}$  का मान ज्ञात कीजिए।

A)  $-0.20 \text{ F}$

B)  $-0.34 \text{ F}$

C)  $-0.02 \text{ F}$

D)  $-0.04 \text{ F}$

**उत्तर:**  $-0.34 \text{ F}$



हल:  $E_{B^{2+}/B}^{\circ} = -E_{B/B^{2+}}^{\circ} = -0.5 \text{ V}$

$$E_{\text{cell}}^{\circ} = E_{A^{2+}/A}^{\circ} - E_{B^{2+}/B}^{\circ}$$

$$= -0.33 - (-0.50) = 0.17 \text{ V}$$

$$\Delta G^{\circ} = -nFE_{\text{सेल}}^{\circ}$$

$\Delta G^{\circ}$  = मानक गिब्स मुक्त ऊर्जा परिवर्तन

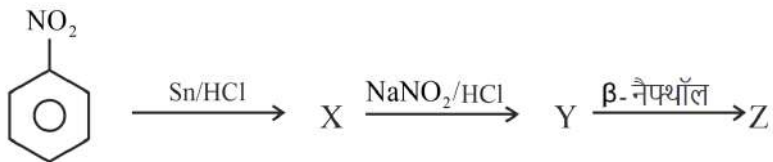
$n$  = स्थानांतरित इलेक्ट्रॉनों की संख्या = 2

$F$  = फेराडे स्थिरांक

$$\Delta G^{\circ} = -nFE_{\text{सेल}}^{\circ}$$

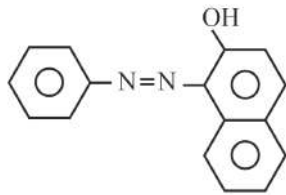
$$= -2 \times F \times 0.17 = -0.34 F$$

प्रश्न.18.

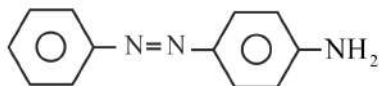


निम्नलिखित में से 'Z' की पहचान कीजिए:

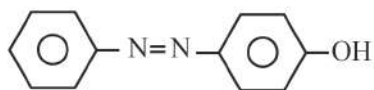
A)



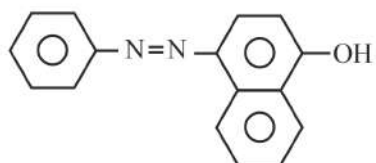
B)



C)

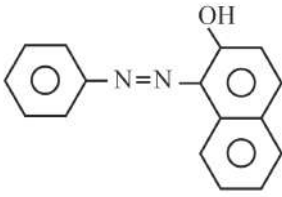


D)

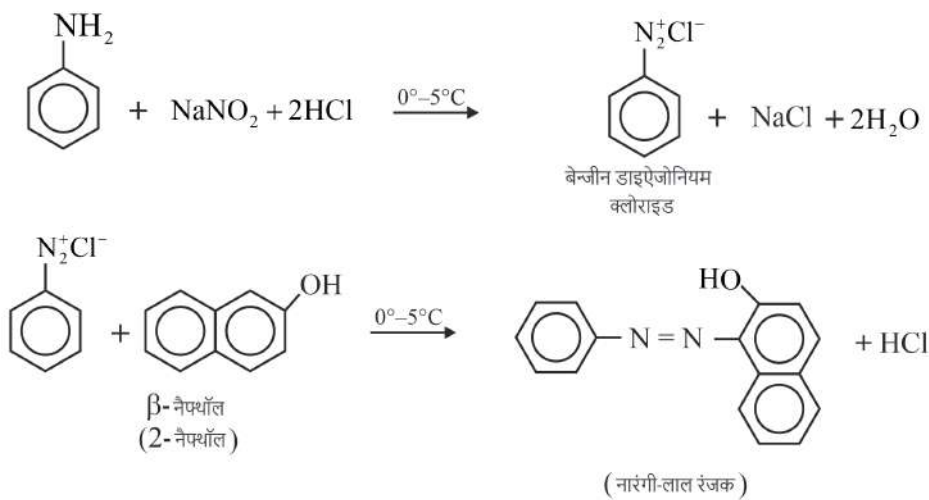




उत्तर:



हल: प्रथम चरण में HCl में Sn की उपस्थिति में नाइट्रोबेन्जीन का ऐनिलीन में अपचयन होता है। दूसरा चरण एक डाइएजोटीकरण अभिक्रिया है जहां ऐनिलीन को नाइट्रस अम्ल की उपस्थिति में बेन्जीनडाइएजोनियम क्लोराइड में परिवर्तित किया जाता है, और तीसरे चरण में बेन्जीन डाइएजोनियम क्लोराइड और बीटा-नैफ्थाल के बीच अभिक्रिया करके 1-फेनिलएजो-2-नैफ्थाल के निर्माण के लिए एक नारंगी लाल रंजक का निर्माण होता है।



प्रश्न.19. कठोर जल को उबालने से क्या निर्मित होता है?

- A)  $\text{CaCO}_3$  और  $\text{Mg}(\text{OH})_2$
- B)  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  और  $\text{MgCO}_3$
- C)  $\text{CaCO}_3$  और  $\text{MgCO}_3$
- D)  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  और  $\text{Mg}(\text{OH})_2$

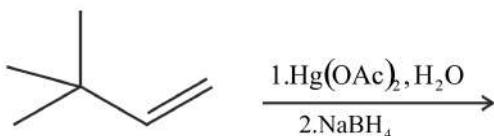
उत्तर:  $\text{CaCO}_3$  और  $\text{Mg}(\text{OH})_2$

हल: उबालने के दौरान  $\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2$  अविलेय



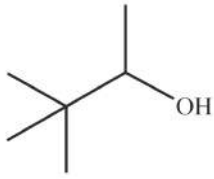
$\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  अविलेय  $\text{CaCO}_3$  में परिवर्तित हो जाता है।

प्रश्न.20.

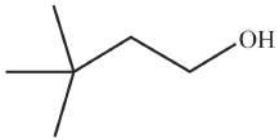




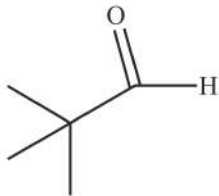
A)



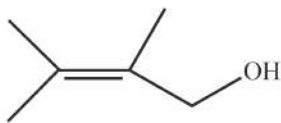
B)



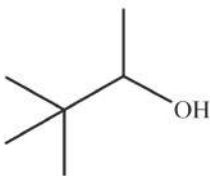
C)



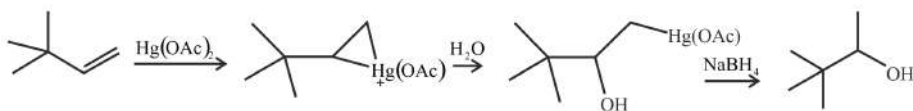
D)



उत्तर:



हल:



यह ऑक्सीमर्करीकरण - विमर्करीकरण अभिक्रिया है। इसमें एक एल्कीन को मर्करी (II) ऐसीटेट के साथ उपचारित किया जाता है, और उत्पाद को सोडियम बोरोहाइड्राइड के साथ उपचारित किया जाता है। कुल परिणाम, पुनर्विन्यास के बिना एक मार्कोनीकोफ योग गुणनफल होता है।

प्रश्न.21. एक धातु को  $6640 \text{ \AA}$  तरंग दैर्घ्य के प्रकाश के साथ विकिरित किया जाता है और इसका निरोधी विभव  $0.4 \text{ V}$  है। धातु की देहली आवृत्ति ( $\nu_0$ )  $3.55 \times 10^x \text{ Hz}$  है।  $x$  का मान है:

A) 12

B) 14

C) 15

D) 19

उत्तर: 14



हल:  $\frac{hc}{\lambda} = hv_0 + qV$

$v_0$  = देहली आवृत्ति

$V$  = निरोधी विभव

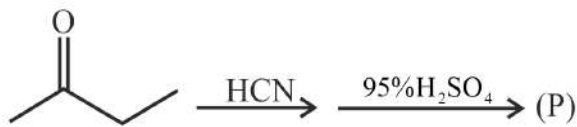
$c$  = गति

$\lambda$  = तरंगदैर्घ्य

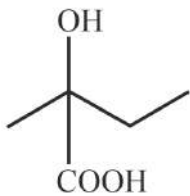
$h$  = प्लांक नियतांक

$$v_0 = \frac{hc}{\lambda} - qV = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6640 \times 10^{-10}} - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.4$$
$$v_0 = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{6.626 \times 10^{-34}} v_0 = 3.55 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

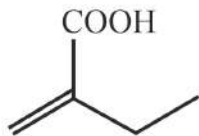
प्रश्न.22. अभिक्रिया के नीचे दिए गए अनुक्रम में मुख्य उत्पाद (P) की पहचान कीजिए।



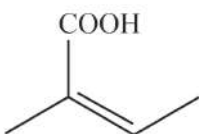
A)



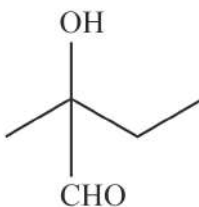
B)



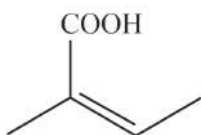
C)



D)

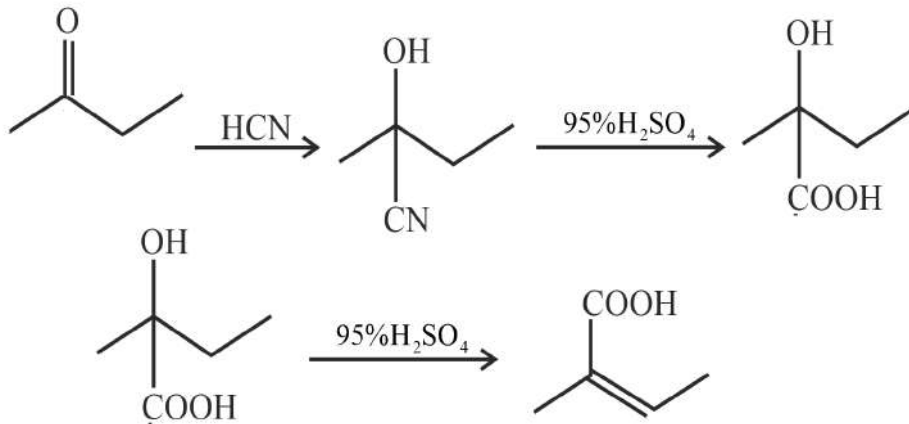


उत्तर:





**हल:** ब्यूटेन-2-ऑन, HCN के साथ नाभिकरागी योगात्मक अभिक्रिया से गुजरता है, जो एक सायनोहाइड्रिन का निर्माण करता है जो जल-अपघटन पर 2-हाइड्रॉक्सी-2-मेथिल ब्यूटेनोइक अम्ल का निर्माण करता है जो निर्जलीकरण से गुजरकर 2-मेथिल ब्यूटेन-2-ईनोइक अम्ल का निर्माण करता है।



प्रश्न.23. एक विलयन का परासरण दाब (atm में) ज्ञात कीजिए, जिसमें 2 g प्रोटीन जिसका मोलर द्रव्यमान 6 kg है, 2 mL विलयन में 27° C पर मौजूद है।

- A) 8
- B) 4
- C) 6
- D) 12

**उत्तर:** 4

**हल:** परासरण दाब ( $\pi$ ) =  $iCRT$   $\pi = 1 \times \frac{2}{\frac{6000}{2}} \times 0.0821 \times 300$

$$\pi \approx 4 \text{ atm}$$

प्रश्न.24. निम्नलिखित में से कौन सा एक संश्लेषित अपमार्जक नहीं है?

- A) सोडियम लॉरिल सल्फेट
- B) सोडियम डोडेसिल बेन्जीन सल्फोनेट
- C) सेटिल ट्राइ मेथिल अमोनियम ब्रोमाइड
- D) सोडियम स्टिरेट

**उत्तर:** सोडियम स्टिरेट

**हल:** संश्लेषित अपमार्जक सफाई कारक होते हैं जिनमें साबुन के सभी गुण होते हैं, लेकिन जिनमें वास्तव में कोई साबुन नहीं होता है। इनका उपयोग मृदु और कठोर जल दोनों में किया जा सकता है, क्योंकि ये कठोर जल में भी झाग देते हैं। कुछ अपमार्जक बर्फकेण्डे जल में भी झाग देते हैं। सोडियम स्टिरेट साबुन का एक उदाहरण है।





## सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. यदि  ${}^{40}C_0 + {}^{41}C_1 + {}^{42}C_2 + \dots + {}^{60}C_{20} = \frac{m}{n} \times {}^{60}C_{20}$  है, जहाँ  $m$  और  $n$  सह-अभाज्य संख्याएँ हैं, तब  $m + n$  बराबर है:

- A) 102
- B) 100
- C) 104
- D) 96

उत्तर: 102

हल: हम जानते हैं कि  ${}^nC_{r-1} + {}^nC_r = {}^{n+1}C_r$

साथ ही,  ${}^{40}C_0 = {}^{41}C_0$

So  ${}^{41}C_0 + {}^{41}C_1 + {}^{42}C_2 + \dots + {}^{60}C_{20}$

$= {}^{42}C_1 + {}^{42}C_2 + {}^{43}C_3 + \dots + {}^{60}C_{20} = {}^{43}C_2 + {}^{43}C_3 + \dots + {}^{60}C_{20}$

$= {}^{60}C_{19} + {}^{60}C_{20} = {}^{61}C_{20}$

दिया गया है,  ${}^{61}C_{20} = \frac{m}{n} {}^{60}C_{20}$

$\Rightarrow \frac{61}{41} = \frac{m}{n} \Rightarrow m + n = 102$

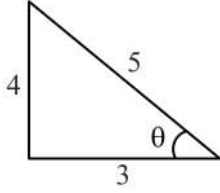
प्रश्न.2.  $\cos^{-1} \left\{ \frac{3}{10} \cos \left( \tan^{-1} \frac{4}{3} \right) + \frac{2}{5} \sin \left( \tan^{-1} \frac{4}{3} \right) \right\} =$

- A) 0
- B)  $\frac{\pi}{6}$
- C)  $\frac{\pi}{4}$
- D)  $\frac{\pi}{3}$

उत्तर:  $\frac{\pi}{3}$



हल: माना  $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}$



$$\therefore \cos \theta = \frac{3}{5} \text{ \& \ } \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\text{इसलिए, } \cos^{-1} \left\{ \frac{3}{10} \cos \left( \tan^{-1} \frac{4}{3} \right) + \frac{2}{5} \sin \left( \tan^{-1} \frac{4}{3} \right) \right\}$$

$$= \cos^{-1} \left\{ \frac{3}{10} \cos \theta + \frac{2}{5} \sin \theta \right\}$$

$$= \cos^{-1} \left\{ \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} \right\}$$

$$= \cos^{-1} \left\{ \frac{9}{50} + \frac{8}{25} \right\}$$

$$= \cos^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

प्रश्न.3. मान लीजिए कि  $l_1$  अतिपरवलय  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  की स्पर्शरेखा है और  $l_2$ , बिंदु  $(0, 0)$  से होकर गुजरने वाली और  $l_1$  के लंबवत एक सरल रेखा है। यदि  $l_1$  और  $l_2$  के प्रतिच्छेदन बिंदु का बिंदुपथ  $(x^2 + y^2)^2 = \alpha x^2 + \beta y^2$  है, तब  $\alpha + \beta$  का मान बराबर है:

- A) 5
- B) 7
- C) 3
- D) 9

उत्तर: 5

हल: दिए गया है, अतिपरवलय की स्पर्शरेखा का समीकरण  $y = mx \pm \sqrt{9m^2 - 4}$  ... (i)

$$\text{अतः } l_1 : y = mx \pm \sqrt{9m^2 - 4}$$

दिया गया है कि,  $l_2$  मूल बिंदु से होकर गुजरने वाली और  $l_1$  के लंबवत एक सरल रेखा है।

$$\text{इसलिए, } l_2 : y = \frac{-1}{m}x$$

$$\Rightarrow m = \frac{-x}{y} \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$y = \left( \frac{-x}{y} \right) x \pm \sqrt{9 \left( \frac{-x}{y} \right)^2 - 4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-x^2}{y} \pm \frac{\sqrt{9x^2 - 4y^2}}{y}$$

$$\Rightarrow (y^2 + x^2)^2 = 9x^2 - 4y^2$$

उपरोक्त समीकरण की  $(x^2 + y^2)^2 = \alpha x^2 + \beta y^2$  से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\alpha = 9, \beta = -4$$

$$\therefore \alpha + \beta = 5$$



प्रश्न.4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$  का मान किसके बराबर है?

- A)  $\frac{1}{5}$
- B)  $\frac{1}{6}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{1}{2}$

उत्तर:  $\frac{1}{6}$

हल:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$   $\left(\frac{0}{0} \text{ रूप}\right)$  पर विचार कीजिए,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin\left(\frac{\sin x + x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x - \sin x}{2}\right)}{x^4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\sin x + x}{2}\right)}{\left(\frac{\sin x + x}{2}\right)} \right] \left[ \frac{\sin\left(\frac{x - \sin x}{2}\right)}{\left(\frac{x - \sin x}{2}\right)} \right] \times \left(\frac{\sin x + x}{2}\right) \times \left(\frac{x - \sin x}{2}\right) \times \frac{1}{x^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\sin x + x}{2}\right)}{\left(\frac{\sin x + x}{2}\right)} \right] \left[ \frac{\sin\left(\frac{x - \sin x}{2}\right)}{\left(\frac{x - \sin x}{2}\right)} \right] \times \left(\frac{x^2 - \sin^2 x}{4x^4}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \left(\frac{x^2 - \sin^2 x}{4x^4}\right) \left(\frac{0}{0} \text{ रूप}\right) \quad \left(\because \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1\right)$$

एल हॉस्पिटल के नियम को लागू करने पर,

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \left(\frac{2x - 2 \sin x \cos x}{4 \cdot 4x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x - \sin 2x}{8x^3}\right) \quad \left(\frac{0}{0} \text{ रूप}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 2 \cos 2x}{24x^2}\right) \quad \left(\frac{0}{0} \text{ रूप}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 \sin 2x}{48x}\right) = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x}\right) = \frac{1}{6}$$

प्रश्न.5.  $y^2 = 8x$  और  $y^2 = 16(3 - x)$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है:

- A) 16
- B) 8
- C) 32
- D) 64

उत्तर: 16

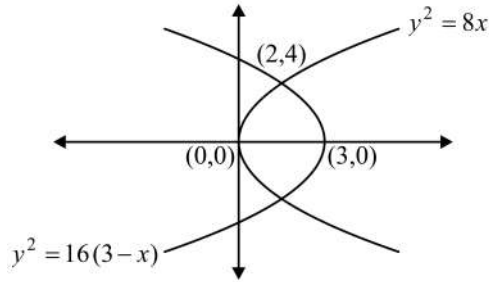


हल: दिए गए वक्र  $y^2 = 8x$  और  $y^2 = 16(3-x)$  हैं,

$$\Rightarrow 8x = 48 - 16x$$

$$\Rightarrow x = 2$$

इसलिए,  $y = \pm 4$



$$\text{अभीष्ट क्षेत्रफल} = 2 \int_0^4 \left( \left( 3 - \frac{y^2}{16} \right) - \frac{y^2}{8} \right) dy$$

$$= 2 \left[ 3y - \frac{y^3}{48} - \frac{y^3}{24} \right]_0^4$$

$$= 2 \left[ 12 - \frac{64}{48} - \frac{64}{24} \right] = 16$$

प्रश्न.6. यदि  $p$  और  $q$  वास्तविक संख्या इस प्रकार हैं कि  $p + q = 3$ ,  $p^4 + q^4 = 369$  है, तब  $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^{-2}$  का मान बराबर है:

A) 4

B)  $\frac{2}{3}$

C) 6

D) 3

उत्तर: 4

हल:  $p^4 + q^4 = 369 \Rightarrow (p^2 + q^2)^2 - 2(pq)^2 = 369$

$$\Rightarrow ((p+q)^2 - 2pq)^2 - 2(pq)^2 = 369$$

$$\Rightarrow (9 - 2pq)^2 - 2(pq)^2 = 369$$

$$\Rightarrow (pq)^2 - 18(pq) - 144 = 0$$

$$\Rightarrow pq = 24 \text{ (असंघीकृत कर दिया गया है)}, -6$$

$$\text{अब, } \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^{-2} = \frac{(pq)^2}{(p+q)^2} = \frac{(pq)^2}{9} = 4$$

प्रश्न.7. यदि  $z^2 + z + 1 = 0$ ,  $z \in \mathbb{C}$  है, तब  $\left| \sum_{k=1}^{15} \left( z^k + \frac{1}{z^k} \right)^2 \right|$  का मान बराबर है:

A) 30

B) 20

C) 40



D) 50

उत्तर: 30

हल: दिया गया है,  $z^2 + z + 1 = 0$

$$\text{इसलिए, } z = -\frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2 \times 1} \Rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

इसलिए,  $z$  के मूल  $\omega$  &  $\omega^2$  हैं,

$$\text{अब, } \left| \sum_{k=1}^{15} \left( z^k + \frac{1}{z^k} \right)^2 \right|$$

$$= \left( z^1 + \frac{1}{z} \right)^2 + \left( z^2 + \frac{1}{z^2} \right)^2 \dots \left( z^{15} + \frac{1}{z^{15}} \right)^2$$

$$\text{अब, } z^{3k} + \frac{1}{z^{3k}} = \omega^{3k} + \frac{1}{\omega^{3k}} = 2 \text{ चूँकि, } \omega^3 = 1$$

$$\text{इसलिए, } \left( z^{3k} + \frac{1}{z^{3k}} \right)^2 = 2^2 = 4$$

$$\sum_{k=1}^5 \left( z^{3k} + \frac{1}{z^{3k}} \right)^2 = 4 \times 5 = 20 \dots \text{समीकरण (i)}$$

$$\text{अब, } z = \omega \text{ \& } \frac{1}{z} = \omega^2$$

$$\text{इसलिए, } z + \frac{1}{z} = \omega + \omega^2 = -1 \Rightarrow \left( z + \frac{1}{z} \right)^2 = 1$$

$$\text{इसी प्रकार, } \left( z^{3k-1} + \frac{1}{z^{3k-1}} \right)^2 = 1 \text{ और } \left( z^{3k-2} + \frac{1}{z^{3k-2}} \right)^2 = 1$$

$$\text{इसलिए, } \sum_{k=1}^5 \left( z^{3k-1} + \frac{1}{z^{3k-1}} \right)^2 = 1 \times 5 = 5 \dots \text{समीकरण (ii)}$$

$$\text{और, } \sum_{k=1}^5 \left( z^{3k-2} + \frac{1}{z^{3k-2}} \right)^2 = 1 \times 5 = 5 \dots \text{समीकरण (iii)}$$

अंतिम उत्तर सभी समीकरण (i), (ii) & (iii) का योग होगा,

$$20 + 5 + 5 = 30$$

प्रश्न.8. यदि फलन  $f(x) = x - 1$  और  $g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$  है, तो  $fog(x)$  है:

- A) एकैकी और आच्छादक
- B) एकैकी लेकिन आच्छादक नहीं है।
- C) आच्छादक, लेकिन एकैकी नहीं
- D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

उत्तर: न तो एकैकी और न ही आच्छादक



हल:  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)$

$$= \frac{x^2}{x^2+1} - 1 = \frac{x^2-x^2-1}{x^2+1} = \frac{-1}{x^2+1}$$

हम जानते हैं कि,  $0 \leq x^2 < \infty, \forall x \in R$

$$\Rightarrow 1 \leq x^2 + 1 < \infty, \forall x \in R$$

$$\Rightarrow 1 \geq \frac{1}{x^2+1} > 0, \forall x \in R$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{-1}{x^2+1} < 0, \forall x \in R$$

इसलिए,  $f \circ g(x)$  का परिसर  $[-1, 0) \subset R$  है।

अतः, फलन  $f \circ g(x)$  फलन में है और  $f \circ g(-x) = f(g(-x)) = \frac{-1}{(-x)^2+1} = \frac{-1}{x^2+1} = f(g(x))$

$\therefore f \circ g(x)$  एक सम फलन है। इसलिए, यह एक बहु-एकैकी फलन है।

अतः,  $f \circ g(x)$  न तो एकैकी है और न ही आच्छादक फलन है।

प्रश्न.9.  $16 \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$  का मान किसके बराबर है

A)  $2\sqrt{3}$

B)  $8\sqrt{3}$

C)  $\sqrt{3}$

D)  $4\sqrt{3}$

उत्तर:  $2\sqrt{3}$

हल: हम जानते हैं कि  $\sin \theta \sin (60 - \theta) \sin (60 + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$

अब दिया गया है  $16 \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$

उपरोक्त सूत्र से तुलना करने पर,  $\theta = 20^\circ$

हमें प्राप्त होता है,  $16 \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = 16 \times \frac{1}{4} \times \sin (3 \times 20^\circ)$

$$= 16 \times \frac{1}{4} \times \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

प्रश्न.10.  $\frac{24}{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \frac{2-x^2}{(2+x^2)(\sqrt{4+x^4})} dx =$

A) 3

B) 2

C) 1

D)  $\frac{1}{2}$

उत्तर: 3



हल: 
$$I = \frac{24}{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \frac{2-x^2}{(2+x^2)(\sqrt{4+x^2})} dx$$
$$= \frac{24}{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \frac{2-x^2}{x^2 \left(\frac{2}{x}+x\right) \sqrt{\left(\frac{4}{x^2}+x^2\right)}} dx$$
$$= \frac{24}{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \frac{\frac{2}{x^2}-1}{\left(\frac{2}{x}+x\right) \sqrt{\left(\frac{2}{x}+x\right)^2-4}} dx$$

माना,  $\frac{2}{x} + x = t$ ,  $\left(-\frac{2}{x^2} + 1\right) dx = dt$

$$I = -\frac{24}{\pi} \int_{\infty}^{2\sqrt{2}} \frac{dt}{t\sqrt{t^2-4}} = -\frac{12}{\pi} \int_{\infty}^{2\sqrt{2}} \frac{2tdt}{t^2\sqrt{t^2-4}}$$

माना,  $t^2 - 4 = z^2$ ,  $2tdt = 2zdz$

$$I = -\frac{12}{\pi} \int_{\infty}^2 \frac{2zdz}{z(z^2+4)} = -\frac{24}{\pi} \int_{\infty}^2 \frac{dz}{(z^2+4)} = -\frac{24}{\pi} \left(\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{z}{2}\right)_{\infty}^2$$
$$= -\frac{24}{\pi} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}\right) = 3$$

प्रश्न.11. यदि  $x \frac{dy}{dx} + 2y = xe^x$  और  $y(1) = 0$  है, तब फलन  $z(x) = x^2y(x) - e^x$ ;  $x \in R$  के स्थानीय उच्चिष्ठ का मान है:

- A)  $\frac{4}{e} - e$
- B)  $\frac{4}{e} + e$
- C)  $\frac{2}{e} - e$
- D)  $\frac{2}{e} + e$

उत्तर:  $\frac{4}{e} - e$



हल:  $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x$

$$I.F. = e^{\int \frac{2}{x} dx} = e^{2 \ln x} = x^2$$

$$\therefore \text{व्यापक हल: } y(x^2) = \int e^x (x^2) dx$$

हम जानते हैं कि

$$\int e^x f(x) dx = e^x [f(x) - f'(x) + f''(x) - f'''(x) + \dots + (-1)^n f^n(x)] + C$$

$$\text{इसलिए, } y(x^2) = e^x [x^2 - 2x + 2] + C \quad \dots (i)$$

$$\text{दिया गया है: } y(1) = 0 \Rightarrow (0)(1) = e^1 [1 - 2(1) + 2] + C$$

$$\Rightarrow C = -e$$

$$\therefore y = \frac{e^x}{x^2} [x^2 - 2x + 2] - e \text{ (समीकरण (i) से)}$$

$$\text{अतः, } z(x) = x^2 \left( \frac{e^x}{x^2} \right) [x^2 - 2x + 2] - e - e^x$$

$$= e^x [x^2 - 2x + 2] - e - e^x$$

$$z(x) = e^x [x^2 - 2x + 1] - e$$

$$z'(x) = e^x (2x - 2) + (x^2 - 2x + 1)e^x$$

$$z'(x) = e^x [x^2 - 1]$$

स्थानीय उच्चिष्ठ ज्ञात करने के लिए,  $z'(x) = 0$  रखिए

$$\Rightarrow e^x (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1) = 0 \quad (\because e^x > 0, \forall x \in R)$$

$$\Rightarrow x = 1, -1$$



यह चिह्न विधि से स्पष्ट है कि,  $z(x)$  का  $x = -1$  पर स्थानीय उच्चिष्ठ मान है और  $x = 1$  पर स्थानीय निम्निष्ठ मान है।

$\therefore$  स्थानीय उच्चिष्ठ मान निम्न है;

$$z(-1) = e^{-1} [(-1)^2 - 2(-1) + 1] - e$$

$$= \frac{1}{e} [1 + 2 + 1] - e = \frac{4}{e} - e$$

प्रश्न.12. यदि  $\frac{dy}{dx} + e^x (x^2 - 2)y = (x^2 - 2x)(x^2 - 2)e^{2x}$  और  $y(0) = 0$  है, तो  $y(2)$  का मान है:

- A) 0
- B) 2
- C) 1
- D) 4

उत्तर: 0





हल: दिया गया है,

$$\frac{dy}{dx} + e^x (x^2 - 2)y = (x^2 - 2x)(x^2 - 2)e^{2x}$$

यह एक रैखिक अवकल समीकरण है, इसलिए,

$$IF = e^{\int (x^2 - 2)e^x dx}$$

$$= e^{x^2 e^x - 2 \int x e^x dx - 2e^x} = e^{x^2 e^x - 2[x e^x - e^x] - 2e^x}$$

$$IF = e^{(x^2 - 2x)e^x}$$

अब, हल निम्न द्वारा दिया जाता है;

$$y \times e^{(x^2 - 2x)e^x} = \int e^{(x^2 - 2x)e^x} \times (x^2 - 2x)(x^2 - 2)e^{2x}$$

$$= \int e^{(x^2 - 2x)e^x} \times (x^2 - 2x)e^x (x^2 - 2)e^x$$

$$\text{अब माना, } (x^2 - 2x)e^x = t$$

$$\text{हमें प्राप्त होता है, } e^x (x^2 - 2x) + e^x (2x - 2)dx = dt$$

$$e^x (x^2 - 2x + 2x - 2)dx = dt$$

$$e^x (x^2 - 2)dx = dt$$

$$y \times e^{(x^2 - 2x)e^x} = \int e^t \times t \times dt$$

$$y \times e^{(x^2 - 2x)e^x} = e^t (t - 1) + c$$

$$y \times e^{(x^2 - 2x)e^x} = e^{(x^2 - 2x)e^x} ((x^2 - 2x)e^x - 1) + c$$

$$\text{अब, } x = 0 \quad y = 0 \text{ पर}$$

$$0 \times e^0 = e^0 (0x e^x - 1) + c$$

$$0 = -1 + c \Rightarrow c = 1$$

$c = 1$  का मान रखने पर, हम समीकरण प्राप्त करते हैं,

$$\Rightarrow y \times e^{(x^2 - 2x)e^x} = e^{(x^2 - 2x)e^x} ((x^2 - 2x)e^x - 1) + 1$$

अब  $x = 2$  को समीकरण में रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$y \times e^{(4-4)e^2} = e^{(4-4)e^2} ((4-4)e^2 - 1) + 1$$

$$\Rightarrow y \times e^0 = e^0 ((0)e^2 - 1) + 1$$

$$\Rightarrow y = -1 + 1 = 0$$

प्रश्न.13. एक घनाभ की भुजाएँ  $2x, 4x, 5x$  के रूप में दी गई हैं और त्रिज्या  $r$  वाला एक बंद अर्धगोला इस प्रकार है कि उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल का योग एक स्थिरांक  $k$  है।  $x : r$  का अनुपात इस प्रकार कि उनके आयतन का योग अधिकतम हो, बराबर है:

A)  $\frac{19}{45}$

B)  $\frac{45}{19}$

C)  $\frac{19}{24}$

D)  $\frac{24}{7}$

उत्तर:  $\frac{19}{45}$



**हल:** माना, पृष्ठीय क्षेत्रफल का योग  $S = 3\pi r^2 + 76x^2$  है।

$$\because S \text{ अचर है, इसलिए } \frac{dS}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow 6\pi r \frac{dr}{dx} + 2 \times 76x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{dx} = -\frac{76x}{3\pi r} \quad \dots (1)$$

$$\text{अब, कुल आयतन } V = \frac{2}{3}\pi r^3 + 40x^3$$

$$\text{अधिकतम आयतन के लिए, } \frac{dV}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow 2\pi r^2 \frac{dr}{dx} + 120x^2 = 0 \quad \dots (2)$$

$$\Rightarrow 2\pi r^2 \left( -\frac{76x}{3\pi r} \right) + 120x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 8x \left[ -\frac{19r}{3} + 15x \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{19}{45}$$

प्रश्न.14. यदि  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+(-1)^n)^n}$  और  $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3+(-1)^n)^n}$  है, तब  $\frac{A}{B}$  का मान बराबर है:

A)  $-\frac{11}{9}$

B)  $-\frac{11}{3}$

C)  $-\frac{11}{6}$

D)  $-11$

**उत्तर:**  $-\frac{11}{9}$

**हल:**  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+(-1)^n)^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^4} + \dots$

$$= \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right) + \left( \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4} + \dots \right) = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{16}}{1-\frac{1}{16}}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$$

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3+(-1)^n)^n} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^4} - \dots$$

$$= -\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right) + \left( \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4} + \dots \right)$$

$$= -\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{16}}{1-\frac{1}{16}} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{15} = -\frac{9}{15}$$

$$\text{अतः, } \frac{B}{A} = -\frac{11}{9}$$

प्रश्न.15. यदि  $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = g(x) + c$  है, तो  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  का मान क्या है?

A)  $\ln(2 - \sqrt{3}) - \frac{\pi}{6}$

B)  $\ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{\pi}{3}$



C)  $\ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{\pi}{6}$

D)  $\ln(2 - \sqrt{3}) - \frac{\pi}{3}$

उत्तर:  $\ln(2 - \sqrt{3}) - \frac{\pi}{6}$

हल: माना  $x = \sin \theta, \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$dx = \cos \theta d\theta$$

$$= \int \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}} \cos \theta d\theta$$

$$= \int \frac{1-\sin \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \cos \theta d\theta$$

$$= \int (\operatorname{cosec} \theta - 1) d\theta$$

$$= \ln(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) - \theta + c$$

$$\text{चूँकि, } x = \sin \theta \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$= \ln\left(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}\right) - \sin^{-1} x + c$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}\right) - \sin^{-1} x$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(2 - \sqrt{3}) - \frac{\pi}{6}$$

प्रश्न.16. यदि फलन  $f(x) = \min\{1, 1 + x \sin x\}, x \in [0, \pi]$  है, तो  $f(x)$  की प्रकृति है:

A) प्रत्येक स्थान पर सतत तथा अवकलनीय है

B)  $x = \frac{\pi}{2}$  पर असतत है।

C)  $\frac{\pi}{2}$  पर संतत है, लेकिन अवकलनीय नहीं है।

D) कोई नहीं

उत्तर: प्रत्येक स्थान पर सतत तथा अवकलनीय है

हल: दिया गया है,

$$f(x) = \min\{1, 1 + x \sin x\}$$

अब  $x \in [0, \pi]$  के लिए,  $x$  धनात्मक है और

$\sin x$  भी  $[0, \pi]$  में धनात्मक है।

इसलिए,  $1 + x \sin x \geq 1$

$$\text{इसलिए, } f(x) = \min\{1, 1 + x \sin x\} \Rightarrow f(x) = 1$$

जो कि एक अचर फलन है।

इसलिए, यह प्रत्येक स्थान पर संतत और अवकलनीय है।

प्रश्न.17. यदि समीकरणों केनिकाय  $\alpha x + y + z = 5, x + 2y + 4z = 4$  और  $x + 3y + 5z = \beta$  के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं, तब  $\alpha$  और  $\beta$  के मान हैं:

A) 0, 9



B)  $-1, -3$

C)  $-1, 3$

D)  $1, -3$

उत्तर:  $0, 9$

हल: अपरिमित रूप से अनेक हलों के लिए,  $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(-2) - 1(1) + 1(1) = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \\ \beta & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 5(-2) - 1(20 - 4\beta) + 1(12 - 2\beta) = 0$$

$$\Rightarrow -10 - 20 + 4\beta + 12 - 2\beta = 0$$

$$\Rightarrow -18 + 2\beta = 0$$

$$\Rightarrow \beta = 9$$

$$\therefore \alpha = 0, \beta = 9$$

प्रश्न.18. मान लीजिए कि 50 प्रेक्षकों का माध्य 15 है और मानक विचलन 2 है। हालांकि, एक प्रेक्षक को गलत ढंग से दर्ज किया गया था। सही और गलत प्रेक्षकों का योगफल 70 है। यदि प्रेक्षकों के सही समुच्चय का माध्य 16 है, तब सही समुच्चय का प्रसरण बराबर है:

A) 43

B) 45

C) 47

D) 49

उत्तर: 43

हल: हमें प्राप्त है, माध्य  $= \frac{\sum x_i}{50} = 15 \Rightarrow \sum x_i = 750$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum x_i^2}{50} - 15^2 = 2^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 11450$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i}{(\text{न्य०})} = 50 \times 16 = 800$$

$$\text{इसलिए, } \frac{\sum x_i}{(\text{न्य०})} - \sum x_i = 800 - 750 = 50$$

अतः, यदि गलत प्रेक्षण  $x$  है, तब सही प्रेक्षण  $x + 50$  है।

$$\Rightarrow x + (x + 50) = 70 \Rightarrow x = 10,$$

इसलिए, सही प्रेक्षण = 60

$$\text{अब, } \frac{\sum x_i^2}{(\text{न्य०})} = 11450 - (10)^2 + (60)^2 = 14950$$

$$\text{इसलिए, सही समुच्चय का प्रसरण} = \frac{14950}{50} - (16)^2 = 299 - 256 = 43$$



प्रश्न.19. यदि एक 3 अंकीय संख्या को यादृच्छिक रूप से निर्मित किया जाता है, तब 36 वाले उभयनिष्ठ भाजक केकेवल 2 होने की प्रायिकता है:

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{1}{3}$

D)  $\frac{1}{4}$

उत्तर:  $\frac{1}{6}$

हल: कुल 3-अंकीय संख्याएँ  $9 \times 10 \times 10 = 900$  हैं:

अनुकूल स्थितियाँ = तीन-अंकीय सम संख्याएँ

– तीन-अंकीय संख्याएँ जो 4 की गुणज हैं

– तीन-अंकीय संख्याएँ जो 6 की गुणज हैं

+ तीन-अंकीय संख्याएँ जो 12 की गुणज हैं

$$= 450 - 225 - 150 + 75 = 150$$

$$\text{इसलिए, अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{150}{900} = \frac{1}{6}$$

